

LUIZ CARLOS MEDEIROS DAMASCENO

**DESEMPENHOS DOS FATORIAIS FRACIONADOS EM ESTIMAR EFEITOS
PRINCIPAIS NA PRESENÇA DE INTERAÇÕES DUPLAS**

**Dissertação apresentada à Universidade Federal
de Viçosa, como parte das exigências do
Programa de Pós-Graduação em Estatística
Aplicada e Biometria, para obtenção do título de
Magister Scientiae.**

**VIÇOSA
MINAS GERAIS – BRASIL
2011**

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Catalogação e
Classificação da Biblioteca Central da UFV**

T

D155d
2011

Damasceno, Luiz Carlos Medeiros, 1981-
Desempenhos dos fatoriais fracionados em estimar
efeitos principais na presença de interações duplas /Luiz
Carlos Medeiros Damasceno.
– Viçosa, MG, 2011.
x, 67f. : il. ; 29cm.

Orientador: José Ivo Ribeiro Júnior.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.
Referências bibliográficas: f. 64-67.

1. Planejamento experimental. 2. Superfície de resposta
(Estatística). I. Universidade Federal de Viçosa. II. Título.

CDD 22. ed. 519.57

LUIZ CARLOS MEDEIROS DAMASCENO

**DESEMPENHOS DOS FATORIAIS FRACIONADOS EM ESTIMAR EFEITOS
PRINCIPAIS NA PRESENÇA DE INTERAÇÕES DUPLAS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 25 de julho de 2011.

Prof. Moysés Nascimento

Prof. Jaques Silveira Lopes

Prof. José Ivo Ribeiro Júnior
(Orientador)

Dedico aos meus pais, André (in memoriam) e Pompéia.

AGRADECIMENTOS

Ao professor José Ivo Ribeiro Júnior, pela orientação, pela amizade, paciência, confiança e incentivo.

Aos professores do departamento de Estatística, pelos ensinamentos, disponibilidade, amizade e carinho.

Aos professores que participaram da banca examinadora, Moysés Nascimento e Jaques Silveira Lopes, por terem aceitado o convite e por suas contribuições oportunas, que certamente enriqueceram o trabalho.

À Universidade Federal de Viçosa, pela oportunidade de realização deste curso.

Aos companheiros de mestrado, em especial à Gemma, Diana, Fernanda, Liliane, Rogério, André, Rodrigo, Gilson e Yuri, pelo convívio agradável durante a realização deste curso.

Aos amigos Leonardo, Cesar, Júlio, Alessandro, Tulio, Joice e Graziela, pelo incentivo.

Ao Sr. José e à Dona Catarina, pela hospitalidade, apoio, amizade e incentivo de sempre.

Aos secretários do curso de pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria, Anita, Joel e Paulinho, pelo apoio, dedicação, atenção e amizade.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	vi
LISTA DE TABELAS.....	vii
RESUMO.....	ix
ABSTRACT.....	x
1 INTRODUÇÃO.....	1
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	4
2.1 Experimentos Fatoriais.....	4
2.1.1 Fatorial Completo de Dois Níveis.....	5
2.1.2 Fatorial Fracionado.....	6
2.2 Um Fator por Vez.....	10
3 MATERIAL E MÉTODO.....	11
3.1 Simulação dos Dados.....	11
3.2 Três Fatores.....	12
3.2.1 Fatorial Fracionado 2_{III}^{3-1}	13
3.2.2 Um Fator por Vez.....	14
3.3 Quatro Fatores.....	15
3.3.1. Fatorial Fracionado 2_{IV}^{4-1}	15
3.3.2 Delineamento de Cotter.....	17
3.3.3 Um Fator por Vez.....	18
3.4 Cinco Fatores.....	19
3.4.1 Fatorial Fracionado 2_{III}^{5-2}	20
3.4.2 Fatorial Fracionado 2_{V}^{5-1}	21
3.4.3 Um Fator por Vez.....	23
3.4.4 Delineamento de Cotter.....	24
3.1 Dez Fatores.....	26
3.5.1 Fatorial Fracionado 2_{III}^{10-6}	26
3.5.2 Fatorial Fracionado 2_{IV}^{10-5}	28
3.4.3 Um Fator por Vez.....	31
3.4.4 Delineamento de Cotter.....	32
3.6 Efeitos Principais.....	34

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	35
4.1 Três fatores.....	35
4.1.1 Ausência de Interação Dupla.....	35
4.1.2 Presença de Interações Duplas.....	36
4.2 Quatro Fatores.....	41
4.2.1 Ausência de Interação Dupla.....	41
4.2.2 Presença de Interação Dupla.....	43
4.2.3 Cinco Fatores.....	45
4.3 Dez Fatores.....	51
5 CONCLUSÕES.....	63
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	64

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Número de tratamentos de experimentos com k fatores com dois níveis.....	5
Figura 2 - Estimativas positivas dos efeitos principais dos fatores A, B e C e deslocamentos positivos para aumentar a média da variável resposta Y.....	38
Figura 3 - Estimativas positivas dos efeitos principais dos fatores A, B e negativa e incorreta do efeito de C e respectivos deslocamentos para aumentar a média da variável resposta Y....	40

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Geradores e relações de definição de alguns fatoriais fracionados 2^{k-p}	8
Tabela 2 - Número mínimo de tratamentos de experimentos com k fatores com dois níveis...9	
Tabela 3 - Coeficientes dos termos lineares e das interações duplas presentes nas funções (β_i).....	12
Tabela 4 - Fatorial Fracionado 2_{III}^{3-1}	13
Tabela 5 - Método UFPV.....	14
Tabela 6 - Coeficientes dos termos lineares e das interações duplas presentes nas funções estudadas para quatro fatores.....	15
Tabela 7 - Fatorial Fracionado 2_{IV}^{4-1}	16
Tabela 8 - Delineamento de Cotter para quatro fatores.....	17
Tabela 9 - UFPV para quatro fatores.....	18
Tabela 10 - Coeficientes dos termos lineares e das interações duplas presentes nas funções estudadas para cinco fatores.....	19
Tabela 11 - Fatorial Fracionado 2_{III}^{5-2}	20
Tabela 12 - Fatorial Fracionado 2_{IV}^{5-1}	22
Tabela 13 - UFPV para cinco fatores.....	24
Tabela 14 - Delineamento de Cotter para cinco fatores.....	25
Tabela 15 - Coeficientes dos termos lineares e das interações duplas presentes nas funções estudadas para dez fatores.....	26
Tabela 16 - Fatorial Fracionado 2_{III}^{10-6}	27
Tabela 17 - Fatorial Fracionado 2_{IV}^{10-5} (a).....	29
Tabela 18 - Fatorial Fracionado 2_{IV}^{10-5} (b).....	29
Tabela 19 - Método UFPV para dez fatores.....	31
Tabela 20 - Sinais do delineamento de Cotter para dez fatores.....	33
Tabela 22 - Delineamento de Cotter para três fatores.....	36
Tabela 23 - Parâmetros e estimativas dos efeitos principais dos fatores A, B e C na presença de interações duplas com efeitos absolutos menores que os efeitos principais.....	37
Tabela 24 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas com efeitos absolutos iguais aos efeitos principais.....	39

Tabela 25 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas com efeitos absolutos superiores aos efeitos principais.....	40
Tabela 26 - Estimativas dos efeitos principais na ausência de interações duplas.....	41
Tabela 27 - Projeção do Fatorial Fracionado 2_{IV}^{4-1} em um Fatorial Completo 2^3	42
Tabela 28 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas (a).....	43
Tabela 29 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas (b).....	45
Tabela 30 - Projeção do Fatorial Fracionado 2_{V}^{5-1} em um Fatorial Completo 2^4	51
Tabela 31 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas com efeitos absolutos iguais aos efeitos principais.....	49
Tabela 32 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas com efeitos absolutos menores que os efeitos principais.....	52
Tabela 33 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas com efeitos absolutos maiores que os efeitos principais.....	58
Tabela 34 - Projeção do Fatorial Fracionado de resolução III 2_{III}^{10-6} em um Fatorial de resolução IV 2_{IV}^{6-2}	60
Tabela 35 Projeção do Fatorial Fracionado de resolução IV 2_{IV}^{10-5} em um Fatorial de resolução IV 2_{VI}^{6-1}	61

RESUMO

DAMASCENO, Luiz Carlos Medeiros, M. Sc., Universidade Federal de Viçosa, julho de 2011. **Desempenhos dos fatoriais fracionados em estimar efeitos principais na presença de interações duplas**. Orientador: José Ivo Ribeiro Júnior. Coorientadores: Antonio Policarpo Souza Carneiro e Sebastião Martins Filho.

O presente trabalho avaliou, por meio da simulação de dados, os desempenhos dos fatoriais fracionados de resoluções III, IV e V, do delineamento de Cotter (1979) e do método UFPV, para estimar os efeitos principais dos fatores estudados sobre uma resposta, na presença ou não de apenas interações duplas entre eles. Para tanto, foram estimados os efeitos principais de três, quatro, cinco e dez fatores com dois níveis. No estudo de três fatores, foram estimados os efeitos principais pelo fatorial 2_{III}^{3-1} e pelo UFPV. Para estudar os quatro fatores, os efeitos principais foram estimados pelo fatorial fracionado 2_{IV}^{4-1} , pelo UFPV e pelo delineamento de Cotter (1979). Para cinco fatores foram estimados os efeitos principais pelos fatoriais fracionados 2_{III}^{5-2} e 2_V^{5-1} , pelo UFPV e pelo delineamento de Cotter (1979). Para o estudo dos dez fatores, os efeitos principais foram estimados pelos fatoriais fracionados 2_{III}^{10-6} e 2_{IV}^{10-5} , pelo UFPV e pelo delineamento de Cotter (1979). Em todos os casos foram realizadas 100 simulações. Para avaliar o desempenho dos delineamentos propostos, foram estimados os efeitos principais e aplicado, para cada situação separadamente, o teste t de *Student* para uma média a 5% de probabilidade com 100 repetições, de acordo com a seguinte hipótese: $H_0: \epsilon_p =$ parâmetro definido para cada efeito principal, separadamente. Após a análise dos resultados, concluiu-se que sob a presença das interações duplas, o fatorial fracionado de resolução III e o método UFPV não devem ser utilizados. Já os fatoriais fracionados de resoluções IV e V e o delineamento de Cotter (1979) foram satisfatórios para estudarem três, quatro, cinco e dez fatores, sem ou com a presença das interações duplas.

ABSTRACT

DAMASCENO, Luiz Carlos Medeiros, M. Sc., Universidade Federal de Viçosa, July of 2011.
Performance of fractional factorial in the presence of double interactions. Advisor: José Ivo Ribeiro Júnior. Co-advisors: Antonio Policarpo Souza Carneiro and Sebastião Martins Filho.

This study evaluated, through data simulation, the performance of fractional factorial designs of resolutions III, IV and V, the design of Cotter (1979) and UFPV method to estimate the main effects of the factors studied on an answer, presence or absence of only double interactions between them. For this, we estimated the main effects of three, four, five and ten factors with two levels. In the study of three factors, the main effects were estimated by the factorial and the UFPV. In order to study the four factors, the main effects were estimated by the fractional factorial, the UFPV and the design of Cotter (1979). For five factors were estimated by the main effects fractional factorial and at UFPV and the design of Cotter (1979). For the study of the ten factors, the main effects were estimated by the fractional factorial and at UFPV and the design of Cotter (1979). In all cases, 100 simulations were performed. To evaluate the performance of proposed designs, the main effects were estimated and applied separately for each situation, the Student t test for an average of 5% probability with 100 repetitions, according to the following hypothesis: $H_0: \mu = \text{parameter defined for each main effect separately}$. After analyzing the results, it was concluded that under the double presence of interactions, the fractional factorial resolution III UFPV and the method should not be used. Since the fractional factorial designs of resolutions IV and V and the design of Cotter (1979) study were satisfactory for three, four, five and ten factors, with or without the presence of double interactions.

1 INTRODUÇÃO

Segundo Rodrigues e Iemma (2005), a necessidade de desenvolver ou melhorar um processo, ou mesmo de formular um novo produto, requer muitas vezes um procedimento experimental para avaliar os efeitos que suas variáveis independentes ou fatores exercem sobre as respostas avaliadas. Assim, é muito comum os pesquisadores listarem, de início, um grande número de fatores a serem analisados.

Por outro lado, Acodedji (2003) relata que no primeiro estágio de uma investigação experimental, a hipótese de esparsividade é frequentemente colocada. Isso quer dizer que, entre um certo número de fatores a ser estudado, espera-se que poucos sejam realmente ativos. Segundo o mesmo, a triagem (*screening*) é necessária nesse estágio preliminar para identificá-los.

Segundo Cotter (1979), os delineamentos de triagem de fatores (*screening designs*) são experimentos preliminares, cuja proposta é isolar os fatores mais importantes entre um grande número que pode afetar uma resposta em particular.

Entre os delineamentos para a triagem de fatores, destacam-se os fatoriais fracionados de dois níveis, caracterizados pelas suas diferentes resoluções. Se o interesse for somente sobre os efeitos principais, utiliza-se a resolução III. Quando existe interesse em estudar os efeitos principais e algumas interações duplas, utiliza-se a resolução IV. Na resolução V, podem ser estudados os efeitos principais e todas as interações duplas, que não estão confundidas entre si, mas com as interações de maiores ordens.

De uma forma geral, os delineamentos fatoriais fracionados são muito utilizados em experimentos. Zhang *et al.* (2009) utilizaram o fatorial fracionado com o objetivo de elaborar um modelo matemático para a síntese de ZSM-5 e, conseqüentemente, de obter a sua condição de síntese mais adequada. Com o intuito de otimizar o processo de extração da proteína da semente de jaca, Reis (2010) utilizou inicialmente um fatorial fracionado para avaliar os efeitos dos seguintes fatores: porcentagem de butanol, tempo de agitação, temperatura, relação H₂O/SDS e massa de farinha nos sistemas em batelada. Grillo *et al.* (2010), no desenvolvimento de um sistema de libração modificada para o herbicida Ametryn, utilizaram o fatorial fracionado de resolução III para testar a influência de quatro fatores com dois níveis, visando determinar as condições ótimas do encapsulamento do herbicida Ametryn. Colla *et al.* (2010), na otimização da produção de trealose por *Rhodotorula dairenensis*, utilizaram o fatorial fracionado de resolução V para avaliar os efeitos de melão

de cana-de-açúcar, do milho, de uma levedura comercial, do pH e da temperatura sobre a biomassa de um fungo.

Apesar da crescente demanda pela utilização dos fatoriais, Cztron (1999) e Jiju *et al.* (2003) afirmaram que ainda são frequentes os experimentos que utilizam o método um fator por vez (UFPV) para determinar o nível ótimo de cada um deles. Tal método consiste em comparar tratamentos de apenas um fator, permanecendo constantes os níveis dos demais fatores. Segundo Rodrigues e Iemma (2005), parece inerente aos pesquisadores a opção de ainda avaliar um fator por vez, mantendo-se, os demais, com níveis fixos para controlar o processo.

Li *et al.* (2009), o utilizaram para avaliar o efeito da mudança do uso do solo e da variabilidade climática sobre a hidrologia de uma bacia hidrográfica agrícola do Planalto de Loess da China. Zhang *et al.* (2009) estudaram o crescimento celular e a produção de TGase por *S. mobaraense*, utilizando o método UFPV para determinar a temperatura ideal do crescimento celular e da produção de enzimas por essa bactéria. Karthikeyan *et al.* (2010) utilizaram o método UFPV para determinar os efeitos dos níveis da umidade, temperatura, do nível de inóculo, pH e tempo de incubação sobre a produção de ácido cítrico, utilizando *Aspergillus Níger*. Liu *et al.* (2010) também utilizaram este método para melhorar a produção de acetoína por *Bacillus licheniformis strain MEL09*, otimizando a composição do meio e do cultivo. Para isso, as concentrações iniciais de glicose, de várias fontes de nitrogênio complexas, de fosfato e íons metálicos foram otimizadas, variando um fator de cada vez. Raza *et al.* (2011) o utilizam na otimização, purificação e caracterização de um polissacarídeo extracelular (EPS), pela bactéria *Paenibacillus polymyxa* (SQR-21).

Entretanto, de acordo com Box e Draper (1978), Draper (1981), Cochran e Cox (1989), Hinkelmann (1994), Czitron (1996), Montgomery (1997), Jiju *et al.* (2003) e Peralta-Zamora *et al.* (2005), o método UFPV não proporciona estimativas corretas das magnitudes e das direções dos efeitos dos fatores, na presença das interações. Os mesmos autores recomendam a utilização dos fatoriais fracionados para a seleção de fatores importantes, apesar de não haver comprovação para tal assertiva.

Portanto, dada a grande aplicação dos delineamentos fatoriais fracionados e a persistente utilização do método UFPV, torna-se importante o estudo e a avaliação desses métodos. O objetivo do presente trabalho foi de avaliar, por meio da simulação de dados, os desempenhos dos fatoriais fracionados de resoluções III, IV e V, do delineamento de Cotter (1979) e do método UFPV na presença ou não das interações duplas entre os fatores

estudados sob diferentes situações. Consequentemente, de recomendar o método mais adequado a cada uma delas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Experimentos Fatoriais

Segundo Montgomery (1997), antes de se iniciar a experimentação, é importante estabelecer o planejamento dos experimentos.

Planejar experimentos é definir uma sequência de coletas de dados experimentais para atingir certos objetivos (BARROS NETO *et al.*, 2003).

Dentre os vários métodos de planejamento existentes, Peralta-Zamora *et al.* (2005) destacam o planejamento fatorial, que permite avaliar simultaneamente o efeito de um grande número de fatores, a partir de um número reduzido de ensaios experimentais.

De acordo com Montgomery (1997), Cox e Reid (2000), Barros Neto *et al.* (2003) e Montgomery e Runger (2009), entre os métodos de planejamento experimental disponíveis na literatura, o experimento fatorial é o mais indicado quando se deseja estudar os efeitos de dois ou mais fatores.

Experimento fatorial é aquele em que o pesquisador compara todos os tratamentos que podem ser formados, combinando-se todos os níveis entre os diferentes fatores (COCHRAN, 1989).

Segundo Barros Neto *et al.* (2003), para fazer um planejamento fatorial completo, deve-se realizar ensaios em todas as possíveis combinações entre os níveis dos fatores. Em geral, se houver n_1 níveis do fator 1, n_2 níveis do fator 2 e n_k níveis do fator k, então o planejamento será um fatorial $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$.

Segundo Cox e Reid (2000), as vantagens do delineamento fatorial estão na maior eficiência em estimar os efeitos principais dos fatores em estudo e principalmente na possibilidade de estimar a interação entre todos eles.

Segundo Montgomery (1997), interação é a falha de um fator em produzir o mesmo efeito na resposta, sob diferentes níveis do outro fator. Montgomery e Runger (2009) afirmam que há interação quando a diferença na resposta entre os níveis de um fator não é a mesma em todos os níveis dos outros fatores.

Segundo Hinkelman e Kempthorn (1994), uma das desvantagens do experimento fatorial é que o número de tratamentos aumenta rapidamente com o aumento do número de fatores e/ou com o aumento dos seus níveis. Assim, uma possibilidade de estudar muitos fatores de forma econômica, é variar cada um deles em apenas dois níveis.

2.1.2 Fatorial Completo de Dois Níveis

O delineamento fatorial completo para k fatores com dois níveis ou fatorial 2^k , é o tipo de planejamento no qual se define para cada fator, dois níveis de valores (baixo e alto) e testa-se cada combinação entre os níveis dos fatores (HARREL *et al.*, 2000). Li *et al.* (2006) afirmam que o fatorial 2^k é o mais utilizado entre os experimentos fatoriais.

Segundo Montgomery e Runger (2009), o fatorial completo 2^k é particularmente útil nos estágios iniciais de um trabalho experimental, quando é necessário testar um número maior de fatores. Mas, apesar do fatorial 2^k diminuir bastante a dimensão dos experimentos, ainda assim, o número de tratamentos aumenta geometricamente com o número de fatores (Figura 1).

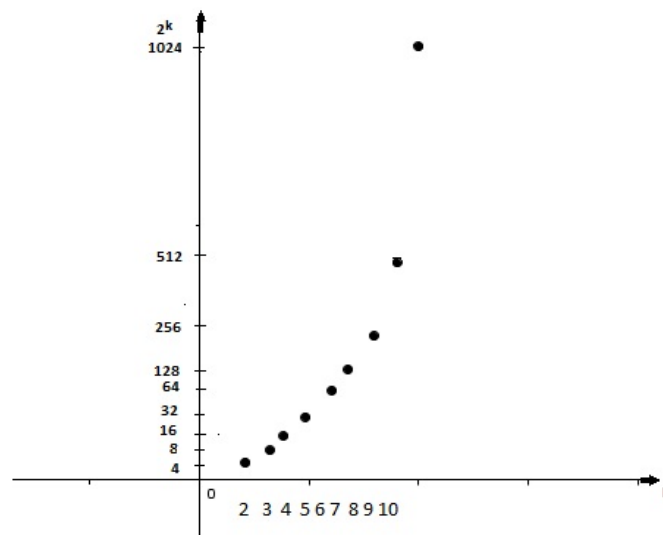


Figura 1 - Número de tratamentos de experimentos com k fatores com dois níveis.
Fonte: elaborada pelo autor.

Nota-se, por exemplo, que para $k=10$ tem-se um experimento com $2^{10}=1024$ tratamentos. Um número tão alto de tratamentos pode ser muitas vezes economicamente inviável. Segundo Bergman e Hynén (1997) e Barros Neto *et al.* (2003), em casos como esses, muitas vezes a informação desejada pode ser obtida a partir de um número de ensaios bem menor, correspondente a uma fração do número de ensaios do planejamento completo.

Na literatura são muitas as aplicações listadas do fatorial 2^k . Menezes *et al.* (2009) utilizaram o fatorial completo para estudar os efeitos das concentrações de sorbato de potássio e de ácido cítrico, e da razão polpa/açúcar sobre as características físicas e físico-químicas das formulações de doce de goiaba. Lucena *et al.* (2011) avaliaram a influência de aditivos

químicos (viscosificante, redutor de filtrado, lubrificante e selante) nos parâmetros reológicos e de filtração em fluidos de perfuração aquosos inibidos com sal de potássio e isentos de cloro, utilizando planejamento fatorial completo 2^4 . Com o objetivo de avaliar a eficiência do preparo de amostras de detergentes em pó em forno de micro-ondas, Silva *et al.* (2010) utilizaram o planejamento fatorial completo 2^5 a fim de estudar os seguintes fatores: o volume da solução de H_2SO_4 (S), a concentração de molibdato de amônio, a solução de ácido ascórbico, o tempo de irradiação e a potência do forno.

2.1.3 Fatorial Fracionado

Segundo Heyden *et al.* (1997, *apud* DEJAEGHER *et al.*, 2009), os delineamentos fatoriais fracionados são frequentemente utilizados para identificar os fatores mais importantes durante a primeira fase do método de otimização.

Rodrigues e Iemma (2005) afirmaram que quando o número de fatores for muito grande, é mais conveniente realizar primeiro um delineamento fatorial fracionado, por reduzir o número de ensaios. Segundo os autores, dessa forma, todo o tempo e recurso para o desenvolvimento da pesquisa não serão gastos diretamente num primeiro planejamento, já que muitas vezes nesse estágio inicial se está longe das condições ótimas. Portanto, a análise dos efeitos como informação inicial pode dirigir sequencialmente o pesquisador, por meio de novos fatoriais fracionados até se chegar ao completo, atingindo-se as condições desejadas.

Segundo Box *et al.* (1978) e Box e Draper (1987), o fatorial 2^k pode apresentar redundância em relação a um número excessivo de fatores que são estudados. Isto quer dizer que a realização de todos eles, em certos cenários experimentais, pode resultar em perda de tempo, recursos e mesmo objetividade no estudo daqueles fatores que são verdadeiramente importantes.

Considerando, por exemplo, o fatorial completo 2^7 , temos sete dos 128 graus de liberdade desse planejamento correspondendo aos efeitos principais. Dos efeitos provocados por interações entre dois fatores, somente 21 graus de liberdade são necessários para determiná-los. Em relação às interações entre três fatores, são suficientes apenas 35 graus de liberdade. Portanto, segundo Montgomery e Runger (2009), se pelo menos um desses efeitos puder ser negligenciado, o pesquisador poderá realizar apenas uma fração do delineamento fatorial envolvendo menos ensaios que um fatorial completo 2^k . Em geral, um planejamento

2^k pode ser corrido em uma fração $\frac{1}{2^p}$, e, nesse caso, é chamado de planejamento fatorial fracionado 2^{k-p} .

O fracionamento do delineamento fatorial tem como base três princípios discutidos por Box *et al.* (1978), Box e Draper (1987) e Montgomery (1997).

O princípio da esparsividade dos efeitos preconiza que quando existem muitos fatores, o sistema ou processo é comandado preponderantemente por alguns dos efeitos principais e das interações de baixas ordens.

A propriedade de projeção impõe que se é possível ignorar todos os fatores, exceto um subconjunto de $R-1$ fatores, em um fatorial fracionado de resolução R , então um fatorial completo é obtido para os $R-1$ fatores restantes.

Por último, a experimentação sequencial traz a possibilidade de rodadas de dois (ou mais) planejamentos fatoriais fracionados para construir sequencialmente um planejamento de maiores dimensões, a fim de estimar com maior precisão os efeitos dos fatores e das interações de interesse.

Segundo Jiju (2003), a resolução de um fatorial fracionado é uma característica do *aliasing* ou confundimento padrão do planejamento. Desse modo, a resolução será um instrumento fundamental para determinar qual planejamento fatorial fracionado será a melhor escolha para um determinado experimento.

No planejamento de resolução III, os efeitos principais não estão confundidos entre si, mas com os efeitos das interações de segunda ordem que podem estar confundidas entre si.

No planejamento de resolução IV, nenhum efeito principal está associado com qualquer outro efeito principal ou com interações de segunda ordem. Porém, algumas interações de segunda ordem estão associadas entre si.

No planejamento de resolução V, nenhum efeito principal ou de interação dupla estão associados com qualquer outro efeito principal ou de interação dupla, mas com efeitos de terceira ou maiores ordens.

Para Montgomery e Runger (2009), planejamentos fatoriais fracionados de resoluções III, IV e V são particularmente os mais importantes.

Para definir, entre o total de tratamentos do fatorial completo, aqueles que serão ensaiados e, conseqüentemente, definir a resolução do delineamento, é necessário conhecer a relação de definição (I), vetor que contém somente valores de uma unidade positivos ou negativos, obtidos pelo produto dos efeitos que constituem os geradores do fatorial, com as

escolhas de + ou de -. Se os p geradores escolhidos forem positivos, então os tratamentos ensaiados serão aqueles com sinais positivos para I. Se forem negativos, os tratamentos serão aqueles com sinais negativos para I (Tabela 1).

Tabela 1 - Geradores e relações de definição de alguns fatoriais fracionados 2^{k-p}

Fatores	Experimento	Número Tratamentos	Gerador	Relação/definição
3	2_{III}^{3-1}	4	$C = \pm AB$	$I = \pm ABC$
4	2_{IV}^{4-1}	8	$D = \pm ABC$	$I = \pm ABCD$
5	2_V^{5-1}	16	$E = \pm ABCD$	$I = \pm ABCDE$
	2_{III}^{5-2}	8	$D = \pm AB$ $E = \pm AC$	$I_1 = \pm ABD$ $I_2 = \pm ACE$
6	2_{VI}^{6-1}	32	$F = \pm ABCDE$	$I = \pm ABCDEF$
	2_{IV}^{6-2}	16	$E = \pm ABC$ $F = \pm BCD$	$I_1 = \pm ABCE$ $I_2 = \pm BCDF$
	2_{III}^{6-3}	8	$D = \pm AB$ $E = \pm AC$ $F = \pm BC$	$I_1 = \pm ABD$ $I_2 = \pm ACE$ $I_3 = \pm BCF$
7	2_{IV}^{7-3}	16	$E = \pm ABC$ $F = \pm BCD$ $G = \pm ACD$	$I_1 = \pm ABCE$ $I_2 = \pm BCDF$ $I_3 = \pm ACDG$
	2_{III}^{7-4}	8	$D = \pm AB$ $E = \pm AC$ $F = \pm BC$ $G = \pm ABC$	$I_1 = \pm ABD$ $I_2 = \pm ACE$ $I_3 = \pm BCF$ $I_4 = \pm ABCG$
10	2_V^{10-3}	128	$H = \pm ABCG$ $J = \pm BCDE$ $K = \pm ACDF$	$I_1 = \pm ABCGH$ $I_2 = \pm BCDEJ$ $I_3 = \pm ACDFK$
	2_{IV}^{10-4}	64	$G = \pm BCDF$ $H = \pm ACDF$ $J = \pm ABDE$ $K = \pm ABCE$	$I_1 = \pm BCDFG$ $I_2 = \pm ACDFH$ $I_3 = \pm ABDEJ$ $I_4 = \pm ABCEK$
	2_{IV}^{10-5}	32	$F = \pm ABCD$ $G = \pm ABCE$ $H = \pm ABDE$ $J = \pm ACDE$ $K = \pm BCDE$	$I_1 = \pm ABCDF$ $I_2 = \pm ABCEG$ $I_3 = \pm ABDEH$ $I_4 = \pm ACDEJ$ $I_5 = \pm BCDEK$
	2_{III}^{10-6}	16	$E = \pm ABC$ $F = \pm BCD$ $G = \pm ACD$ $H = \pm ABD$ $J = \pm ABCD$ $K = \pm AB$	$I_1 = \pm ABCE$ $I_2 = \pm BCDF$ $I_3 = \pm ACDG$ $I_4 = \pm ABDH$ $I_5 = \pm ABCDJ$ $I_6 = \pm ABK$

Fonte: elaborada pelo autor.

O delineamento de Cotter (1979), também chamado *systematical fractional replicate design*, é um delineamento econômico, pois exige para k fatores apenas $2k+2$ experimentos. O primeiro ensaio é feito com todos os fatores no seu nível baixo, o último com todos os fatores em seus níveis altos e os demais ensaios são compostos por tratamentos onde um fator é fixado em seu nível alto e os outros permanecem nos níveis baixos e assim sucessivamente. O delineamento de Cotter (1979) não requer qualquer informação *a priori* sobre a presença de interações, assim gera menos ambiguidade em seus resultados.

Segundo Ryan (2007), esse delineamento deve ser utilizado quando há muitos fatores, poucos recursos e quando se acredita que não haja interações entre eles. A seguir, são apresentados os números de tratamentos para k fatores estudados pelos fatoriais fracionados de resolução III, IV e V e pelo delineamento de Cotter (1979) (Tabela 2).

Tabela 2 - Número mínimo de tratamentos de experimentos com k fatores com dois níveis

k	Número de Tratamentos			Cotter
	2_{III}^{k-p}	2_{IV}^{k-p}	2_V^{k-p}	
3	4 (p=1)	-	-	8
4	8 (p=1)	-	-	10
5	8 (p=2)	-	16 (p=1)	12
6	8 (p=3)	16 (p=2)	-	14
7	8 (p=4)	16 (p=4)	-	16
10	16 (p=6)	32 (p=5)	128 (p=3)	22

Fonte: elaborada pelo autor.

O número de tratamentos do delineamento de Cotter é sempre menor ou igual aos dos fatoriais fracionados de resoluções IV e V. Logo, caso tenha o mesmo desempenho dos fatoriais em estimar os efeitos principais, ele será uma alternativa mais econômica para o pesquisador.

2.1 Um Fator por Vez

Outra estratégia de experimentação muito utilizada é a de variar um fator por vez (UFPV), mantendo-se fixos os níveis dos demais. Essa estratégia também é conhecida como projeto experimental simples. A ideia é que o pesquisador inicie com uma configuração típica para todos os fatores e observe o resultado. No primeiro experimento, um determinado fator escolhido assume vários valores (níveis), enquanto os demais permanecem nos mesmos níveis anteriores. Quando se esgotarem todas as possibilidades de variação desse primeiro fator, este se torna fixo e um segundo passa a sofrer variações controladas. O processo segue até que todos os ensaios tenham sido realizados, considerando-se todos os fatores e seus respectivos níveis.

Para Groves e Davis (1992 *apud* JIJU *et al.*, 2003), é natural pensar que a única maneira de medir com precisão o efeito de uma mudança é a de manter tudo o mais fixo, enquanto a última modificação é avaliada.

Jiju *et al.* (2003) afirmaram que muitos engenheiros ainda utilizam o UFPV, por ser um método fácil de realizar e não requerer nenhum conhecimento avançado de estatística em sua execução ou análise.

Segundo Qu e Wu (2005), mesmo que as vantagens do fatorial sobre o UFPV sejam conhecidas, o último ainda tem várias características atraentes, tais como: número reduzido de corridas e menos mudanças de níveis. Isso permite aos pesquisadores saberem mais rapidamente se um fator tem efeito significativo. Nele as informações são mais rápidas e simples. De acordo com Jiju (2003), as conclusões experimentais podem ser retiradas após as obtenções dos dados de cada ensaio pela simples comparação dos resultados observados com os dados anteriores.

Embora muito popular, por ser intuitiva, tal estratégia desconsidera um elemento fundamental, quando se trata de experimentação: a interação entre os fatores.

3 MATERIAL E MÉTODO

3.1 Simulação dos Dados

Neste estudo foram simulados dados de experimentos planejados segundo os delineamentos fatoriais fracionados de resoluções III, IV e V e de Cotter (1979), além do método um fator por vez (UFPV).

Foram estudados os efeitos principais de três, quatro, cinco e dez fatores com dois níveis sob diferentes situações. Em todas elas, consideraram-se as ausências das interações de ordens maiores que dois e foram estabelecidas funções entre os níveis dos fatores e os valores da variável resposta Y , denominadas de verdadeiras (Y_v).

Já os valores observados (Y_{obs}) foram obtidos pela soma dos valores verdadeiros (Y_v) com os erros experimentais, como seguem:

$$Y_{obs} = Y_v + \varepsilon, \text{ em que:}$$

ε é erro experimental que segue distribuição normal (N) com média zero e variância 1, ou seja, $\varepsilon \sim N(0,1)$.

No estudo de três fatores, foram estimados os efeitos principais pelo fatorial fracionado 2_{III}^{3-1} e pelo método UFPV, com vinte e quarenta repetições por tratamento, respectivamente.

No estudo de quatro fatores, os efeitos principais foram estimados pelo fatorial fracionado 2_{IV}^{4-1} , pelo método UFPV e pelo delineamento de Cotter (1979), com dez, quarenta e oito repetições por tratamento, respectivamente.

Para estudar cinco fatores foram estimados os efeitos principais pelos fatoriais fracionados 2_{III}^{5-2} e 2_{IV}^{5-1} , pelo método UFPV e pelo delineamento de Cotter (1979), com vinte, dez, quarenta e oito repetições por tratamento, respectivamente.

Para o estudo de dez fatores, os efeitos principais foram estimados pelos fatoriais fracionados 2_{III}^{10-6} e 2_{IV}^{10-5} , pelo método UFPV e pelo delineamento de Cotter (1979), com cinco, cinco, quarenta e cinco repetições por tratamento, respectivamente.

Em todas as situações, foram realizadas 100 simulações dos erros experimentais, com auxílio do *software* estatístico Minitab¹.

¹ Disponível em: <<http://www.minitab.com/pt-BR/products/minitab/downloads.aspx>>. Acesso em: 21 jan. 2011

3.2 Três Fatores

Com o objetivo de estudar os efeitos principais dos fatores A, B e C sobre uma variável resposta Y, foram estabelecidas as seguintes situações: presença de apenas efeitos principais (P) e presença de uma interação dupla (ID) com efeito menor, igual ou maior, em módulo, que os efeitos principais.

As funções que descreveram as situações mencionadas anteriormente estão apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 - Coeficientes dos termos lineares e das interações duplas presentes nas funções (β_i)

Situação	Constante	A	B	C	AB	AC	BC
P	10	5	5	5	0	0	0
ID <P	10	5	5	5	-2,5	0	0
	10	5	5	5	0	-2,5	0
	10	5	5	5	0	0	-2,5
ID =P	10	5	5	5	-5	0	0
	10	5	5	5	0	-5	0
		5	5	5	0	0	-5
ID >P	10	5	5	5	-10	0	0
	10	5	5	5	0	-10	0
	10	5	5	5	0	0	-10

Fonte: elaborada pelo autor.

Estabelecidos os coeficientes dos termos das funções, os efeitos principais dos fatores foram dados pelos seguintes parâmetros:

$$e_A = 2\beta_A = 10;$$

$$e_B = 2\beta_B = 10; e$$

$$e_C = 2\beta_C = 10.$$

3.2.1 Fatorial Fracionado 2_{III}^{3-1}

No fatorial fracionado 2_{III}^{3-1} , com gerador $C=AB$ e relação de definição $I=ABC$, foram ensaiados, de um total de oito, quatro tratamentos com vinte repetições cada (Tabela 4).

Tabela 4 - Fatorial Fracionado 2_{III}^{3-1}

Tratamento	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	\bar{Y}
A	+	-	-	-	-	+	+	\bar{Y}_a
B	-	+	-	-	+	-	+	\bar{Y}_b
C	-	-	+	+	-	-	+	\bar{Y}_c
Abc	+	+	+	+	+	+	+	\bar{Y}_{abc}

Fonte: elaborada pelo autor.

O tratamento “a” indica que o fator A está em seu nível alto, enquanto B e C estão em seus níveis baixos. Já o tratamento “b” indica a presença do fator B em seu nível alto, enquanto A e C estão em seus níveis baixos. Já o tratamento “c” indica a presença do fator C em seu nível alto, com A e B em níveis baixos. Finalmente, o tratamento “abc” indica que todos os fatores – A, B e C – estão sendo experimentados em seus níveis altos.

De acordo com os tratamentos ensaiados no fatorial 2_{III}^{3-1} , foram estimados os seguintes contrastes, a partir das médias da variável resposta fracionada Y:

$$\hat{C}_A = \hat{C}_{BC} = \bar{Y}_a - \bar{Y}_b - \bar{Y}_c + \bar{Y}_{abc};$$

$$\hat{C}_B = \hat{C}_{AC} = -\bar{Y}_a + \bar{Y}_b - \bar{Y}_c + \bar{Y}_{abc}; \text{ e}$$

$$\hat{C}_C = \hat{C}_{AB} = -\bar{Y}_a - \bar{Y}_b + \bar{Y}_c + \bar{Y}_{abc}.$$

Posteriormente, foram estimados os efeitos principais dos três fatores, por meio de:

$$\hat{e}_A = \frac{\hat{C}_A}{2^{3-1}} = \frac{\hat{C}_{BC}}{2^{3-1}};$$

$$\hat{e}_B = \frac{\hat{C}_B}{2^{3-1}} = \frac{\hat{C}_{AC}}{2^{3-1}}; \text{ e}$$

$$\hat{e}_C = \frac{\hat{C}_C}{2^{3-1}} = \frac{\hat{C}_{AB}}{2^{3-1}}.$$

Nota-se que, dessa forma, $\hat{e}_A = \hat{e}_{BC}$, $\hat{e}_B = \hat{e}_{AC}$ e $\hat{e}_C = \hat{e}_{AB}$, ou seja, o efeito principal do fator A é igual ao efeito da interação BC, o do fator B é igual ao da interação AC e do fator C

é igual ao efeito da interação AB. De acordo com Box (1987), A e BC, B e AC, C e AB são *aliases* um do outro.

Segundo Barros Neto *et al.* (2003), na linguagem estatística é dito que os efeitos do fator A e da interação BC estão confundidos. Na verdade, os contrastes definidos anteriormente proporcionaram estimativas das somas dos efeitos confundidos, como seguem:

$$\hat{e}_A = \hat{e}_A + \hat{e}_{BC} = \hat{e}_{A=BC};$$

$$\hat{e}_B = \hat{e}_B + \hat{e}_{AC} = \hat{e}_{B=AC};$$

$$\hat{e}_C = \hat{e}_C + \hat{e}_{AB} = \hat{e}_{C=AB}.$$

3.2.2 Um Fator por Vez

No método UFPV para três fatores foram ensaiados seis tratamentos com quarenta repetições.

Inicialmente variou-se o fator A com os demais fatores fixos em seus níveis baixos.

Tabela 5 - Método UFPV

Passo	A	B	C
1	a. a ₊	b.	c.
2	a. ou a ₊	b. b ₊	c.
3	a. ou a ₊	b. ou b ₊	c. c ₊

Fonte: elaborada pelo autor.

Selecionado o nível do fator A, este foi fixado e o fator B foi variado com os demais fatores mantidos em seus níveis baixos. O processo seguiu até todos os passos serem realizados, considerando-se todos os fatores e seus respectivos níveis baixos (Tabela 5).

De acordo com os tratamentos ensaiados no método UFPV, foram obtidos os efeitos principais dos três fatores, como seguem:

$$\hat{e}_A = \bar{Y}_{a_+} - \bar{Y}_{a_-};$$

$$\hat{e}_B = \bar{Y}_{b_+} - \bar{Y}_{b_-};$$

$$\hat{e}_C = \bar{Y}_{c_+} - \bar{Y}_{c_-}.$$

3.3 Quatro Fatores

Com o objetivo de estudar os efeitos principais dos fatores A, B, C e D sobre uma variável resposta Y, foram estabelecidas as seguintes situações: presença de apenas três efeitos principais (P), presença de uma interação dupla (ID) com efeito igual, em módulo aos efeitos principais, presença de duas interações duplas (ID) com efeitos iguais, em módulos aos efeitos principais. As funções que descrevem as situações mencionadas anteriormente estão apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6 - Coeficientes dos termos lineares e das interações duplas presentes nas funções estudadas para quatro fatores

Situação	Constante	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD
P	10	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0
ID = P	10	5	5	5	0	-5	0	0	0	0	0
	10	5	5	5	0	5	0	0	0	0	5
	10	5	5	5	0	5	0	0	0	0	-5
	10	5	5	5	0	-5	0	0	0	0	-5

Fonte: elaborada pelo autor.

Estabelecidos os coeficientes dos termos das funções, os efeitos principais dos fatores foram dados pelos seguintes parâmetros:

$$e_A = 2\beta_A = 10;$$

$$e_B = 2\beta_B = 10;$$

$$e_C = 2\beta_C = 10; e$$

$$e_D = 2\beta_D = 0.$$

3.3.1 Fatorial Fracionado 2_{IV}^{4-1}

No fatorial fracionado 2_{IV}^{4-1} , com gerador $D=ABC$ e relação de definição $I=ABCD$, foram ensaiados, de um total de dezesseis, oito tratamentos com dez repetições (Tabela 7).

Tabela 7 - Fatorial Fracionado 2_{IV}^{4-1}

Tratamento	A	B	C	D
(1)	-	-	-	-
ab	+	+	-	-
ac	+	-	+	-
ad	+	-	-	+
bc	-	+	+	-
bd	-	+	-	+
cd	-	-	+	+
abcd	+	+	+	+

Fonte: elaborada pelo autor.

De acordo com os tratamentos ensaiados no delineamento 2_{IV}^{4-1} , foram estimados os seguintes contrastes a partir das médias da variável resposta Y:

$$\hat{C}_A = -\bar{Y}_{(1)} + \bar{Y}_{ab} + \bar{Y}_{ac} + \bar{Y}_{ad} - \bar{Y}_{bc} - \bar{Y}_{bd} - \bar{Y}_{cd} + \bar{Y}_{abcd};$$

$$\hat{C}_B = -\bar{Y}_{(1)} + \bar{Y}_{ab} - \bar{Y}_{ac} - \bar{Y}_{ad} + \bar{Y}_{bc} + \bar{Y}_{bd} - \bar{Y}_{cd} + \bar{Y}_{abcd};$$

$$\hat{C}_C = -\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{ab} + \bar{Y}_{ac} - \bar{Y}_{ad} + \bar{Y}_{bc} - \bar{Y}_{bd} + \bar{Y}_{cd} + \bar{Y}_{abcd}; \text{ e}$$

$$\hat{C}_D = -\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{ab} - \bar{Y}_{ac} + \bar{Y}_{ad} - \bar{Y}_{bc} + \bar{Y}_{bd} + \bar{Y}_{cd} + \bar{Y}_{abcd}.$$

De posse dessas estimativas, foram obtidos os efeitos principais dos quatro fatores, como seguem:

$$\hat{e}_A = \frac{\hat{C}_A}{2^{4-1}} = \frac{\hat{C}_{BCD}}{2^{4-1}};$$

$$\hat{e}_B = \frac{\hat{C}_B}{2^{4-1}} = \frac{\hat{C}_{ACD}}{2^{4-1}};$$

$$\hat{e}_C = \frac{\hat{C}_C}{2^{4-1}} = \frac{\hat{C}_{ABD}}{2^{4-1}}; \text{ e}$$

$$\hat{e}_D = \frac{\hat{C}_D}{2^{4-1}} = \frac{\hat{C}_{ABC}}{2^{4-1}}.$$

Segundo Barros Neto *et al.* (2003), os contrastes definidos anteriormente proporcionaram estimativas das somas dos efeitos confundidos, como seguem:

$$\hat{e}_A = \hat{e}_A + \hat{e}_{BCD} = \hat{e}_{A=BCD};$$

$$\hat{e}_B = \hat{e}_B + \hat{e}_{ACD} = \hat{e}_{B=ACD};$$

$$\hat{e}_C = \hat{e}_C + \hat{e}_{ABD} = \hat{e}_{C=ABD}; e$$

$$\hat{e}_D = \hat{e}_C + \hat{e}_{ABC} = \hat{e}_{D=ABC}.$$

3.3.2 Delineamento de Cotter

No delineamento de Cotter (1979) para quatro fatores, foram ensaiados 10 tratamentos com oito repetições, conforme apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Delineamento de Cotter para quatro fatores

Tratamento	A	B	C	D
(1)	-	-	-	-
a	+	-	-	-
b	-	+	-	-
c	-	-	+	-
d	-	-	-	+
bcd	-	+	+	+
acd	+	-	+	+
abd	+	+	-	+
abc	+	+	+	-
abcd	+	+	+	+

Fonte: elaborada pelo autor.

De acordo com os tratamentos ensaiados, foram estimados os seguintes contrastes a partir das médias da variável resposta Y:

$$\hat{C}_A = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcd} - \bar{Y}_{bcd}) + (\bar{Y}_a - \bar{Y}_{(1)})];$$

$$\hat{C}_B = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcd} - \bar{Y}_{acd}) + (\bar{Y}_b - \bar{Y}_{(1)})];$$

$$\hat{C}_C = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcd} - \bar{Y}_{abd}) + (\bar{Y}_c - \bar{Y}_{(1)})]; e$$

$$\hat{C}_D = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcd} - \bar{Y}_{abc}) + (\bar{Y}_d - \bar{Y}_{(1)})].$$

Posteriormente, foram estimados os efeitos principais dos quatro fatores, como seguem:

$$\hat{e}_A = 2\hat{C}_A;$$

$$\hat{e}_B = 2\hat{C}_B;$$

$$\hat{e}_C = 2\hat{C}_C; e$$

$$\hat{e}_D = 2\hat{C}_D.$$

3.3.3 Um Fator por Vez

No método UFPV para quatro fatores, foram ensaiados oito tratamentos com dez repetições (Tabela 9).

Tabela 9 - UFPV para quatro fatores

Passo	A	B	C	D
1	a. a ₊	b.	c.	d.
2	a. ou a ₊	b. b ₊	c.	d.
3	a. ou a ₊	b. ou b ₊	c. c ₊	d.
4	a. ou a ₊	b. ou b ₊	c. ou c ₊	d. d ₊

Fonte: elaborada pelo autor.

Inicialmente variou-se o fator A com os demais fatores fixos em seus níveis baixos. Estabelecido o nível do fator A, este foi fixado e o fator B foi variado com os demais fatores mantidos em seus níveis baixos. O processo seguiu até todos os passos serem realizados, considerando-se todos os fatores e seus respectivos níveis.

De acordo com os tratamentos ensaiados no método UFPV, foram obtidos os efeitos principais dos quatro fatores, como seguem:

$$\hat{e}_A = \bar{Y}_{a+} - \bar{Y}_{a-};$$

$$\hat{e}_B = \bar{Y}_{b+} - \bar{Y}_{b-};$$

$$\hat{e}_C = \bar{Y}_{c+} - \bar{Y}_{c-}; e$$

$$\hat{e}_D = \bar{Y}_{d+} - \bar{Y}_{d-}.$$

3.4 Cinco Fatores

Com o objetivo de estudar os efeitos principais dos fatores A, B, C, D e E sobre uma variável resposta Y, foram estabelecidas as seguintes situações: presença da interação dupla (ID) AxB com efeito igual aos efeitos principais, presença da interação dupla (ID) AxC com efeito igual em módulo aos efeitos principais, presença das interações duplas (ID) AxB e A x C com efeitos iguais em módulo aos efeitos principais, presença da interação dupla (ID) AxC com efeito igual em módulo aos efeitos principais, mas com sinal contrário. Os termos das funções que descrevem as situações mencionadas anteriormente estão apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 - Coeficientes dos termos lineares e das interações duplas presentes nas funções estudadas para cinco fatores

Situação	Const	A	B	C	D	E	AB	AC	AD	AE	BC	BD	BE	CD	CE	DE
	10	5	5	5	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	5	5	5	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0
ID =P	10	5	5	5	5	0	0	-5	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	5	5	5	5	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	5	5	5	5	0	5	-5	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	5	5	5	5	0	-5	5	0	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: elaborada pelo autor.

Estabelecidos os termos das funções, os efeitos principais dos fatores, em termos paramétricos:

$$e_A = 2\beta_A = 10;$$

$$e_B = 2\beta_B = 10;$$

$$e_C = 2\beta_C = 10;$$

$$e_D = 2\beta_D = 10; e$$

$$e_E = 2\beta_E = 0.$$

3.4.1 Fatorial Fracionado 2_{III}^{5-2}

No fatorial fracionado 2_{III}^{5-2} , com geradores $D = AB$ e $E = AC$ e relações de definição $I_1 = ABD$ e $I_2 = ACE$, foram ensaiados, de um total de trinta e dois, oito tratamentos com vinte repetições (Tabela 11).

Tabela 11 - Fatorial Fracionado 2_{III}^{5-2}

Tratamento	A	B	C	D	E
a	+	-	-	-	-
bc	-	+	+	-	-
be	-	+	-	-	+
cd	-	-	+	+	-
de	-	-	-	+	+
abd	+	+	-	+	-
ace	+	-	+	-	+
abcde	+	+	+	+	+

Fonte: elaborada pelo autor.

De acordo com os tratamentos ensaiados no 2_{III}^{5-2} , foram estimados os seguintes contrastes a partir das médias da variável resposta Y :

$$\hat{C}_A = \bar{Y}_a - \bar{Y}_{bc} - \bar{Y}_{be} - \bar{Y}_{cd} - \bar{Y}_{de} - \bar{Y}_{abd} + \bar{Y}_{ace} + \bar{Y}_{abcde};$$

$$\hat{C}_B = -\bar{Y}_a + \bar{Y}_{bc} + \bar{Y}_{be} - \bar{Y}_{cd} - \bar{Y}_{de} - \bar{Y}_{abd} - \bar{Y}_{ace} + \bar{Y}_{abcde};$$

$$\hat{C}_C = -\bar{Y}_a + \bar{Y}_{bc} - \bar{Y}_{be} + \bar{Y}_{cd} - \bar{Y}_{de} - \bar{Y}_{abd} + \bar{Y}_{ace} + \bar{Y}_{abcde};$$

$$\hat{C}_D = -\bar{Y}_a - \bar{Y}_{bc} - \bar{Y}_{be} + \bar{Y}_{cd} + \bar{Y}_{de} + \bar{Y}_{abd} - \bar{Y}_{ace} + \bar{Y}_{abcde};$$

$$\hat{C}_E = -\bar{Y}_a - \bar{Y}_{bc} + \bar{Y}_{be} - \bar{Y}_{cd} + \bar{Y}_{de} - \bar{Y}_{abd} + \bar{Y}_{ace} + \bar{Y}_{abcde}.$$

De posse desses cálculos, foram estimados os efeitos principais dos cinco fatores, como seguem:

$$\hat{e}_A = \frac{\hat{C}_A}{2^{5-2}};$$

$$\hat{e}_B = \frac{\hat{C}_B}{2^{5-2}};$$

$$\hat{e}_C = \frac{\hat{C}_C}{2^{5-2}};$$

$$\hat{e}_D = \frac{\hat{C}_D}{2^{5-2}}; e$$

$$\hat{e}_E = \frac{\hat{C}_E}{2^{5-2}}.$$

Nesse caso, tem-se $\hat{e}_A = \hat{e}_{BD}$, $\hat{e}_B = \hat{e}_{AD}$, $\hat{e}_C = \hat{e}_{AE}$, $\hat{e}_D = \hat{e}_{AB}$ e $\hat{e}_E = \hat{e}_{AC}$. E, de acordo com Box (1987), A e BD, B e AD, C e AE, D e AB, e E e AC são *aliases* um do outro.

Segundo Barros Neto *et al.* (2003), os contrastes definidos anteriormente proporcionaram estimativas das somas dos efeitos confundidos, como seguem:

$$\hat{e}_A = \hat{e}_A + \hat{e}_{BD} = \hat{e}_{A=BD};$$

$$\hat{e}_B = \hat{e}_B + \hat{e}_{AD} = \hat{e}_{B=AD};$$

$$\hat{e}_C = \hat{e}_C + \hat{e}_{AE} = \hat{e}_{C=AE};$$

$$\hat{e}_D = \hat{e}_D + \hat{e}_{AB} = \hat{e}_{D=AB}; e$$

$$\hat{e}_E = \hat{e}_E + \hat{e}_{AC} = \hat{e}_{E=AC}.$$

3.4.2 Fatorial Fracionado 2_V^{5-1}

No fatorial fracionado 2_V^{5-1} , com gerador E= ABCD e relação de definição I = ABCDE, foram ensaiados, de um total de trinta e dois, oito tratamentos com dez repetições (Tabela 12).

Tabela 12 - Fatorial Fracionado 2_{IV}^{5-1}

Tratamento	A	B	C	D	E
a	+	-	-	-	-
b	-	+	-	-	-
c	-	-	+	-	-
abc	+	+	+	-	-
ad	+	-	-	+	-
bd	+	+	-	+	-
acd	+	-	+	+	-
bcd	-	+	+	+	-
e	-	-	-	-	+
abe	+	+	-	-	+
ace	+	-	+	-	+
ade	+	-	-	+	+
bde	-	+	-	+	+
cde	-	-	+	+	+
abcde	+	+	+	+	+

Fonte: elaborada pelo autor.

De acordo com os tratamentos ensaiados no 2_{IV}^{5-1} , foram estimados os seguintes contrastes a partir das médias da variável resposta Y:

$$\hat{C}_A = \bar{Y}_a - \bar{Y}_b - \bar{Y}_C + \bar{Y}_{abc} + \bar{Y}_{ad} + \bar{Y}_{bd} + \bar{Y}_{acd} - \bar{Y}_{bcd} - \bar{Y}_e + \bar{Y}_{abe} + \bar{Y}_{ace} + \bar{Y}_{abce} + \bar{Y}_{ade} - \bar{Y}_{bde} - \bar{Y}_{cde} + \bar{Y}_{abcde};$$

$$\hat{C}_B = -\bar{Y}_a + \bar{Y}_b - \bar{Y}_C + \bar{Y}_{abc} - \bar{Y}_{ad} + \bar{Y}_{bd} - \bar{Y}_{acd} + \bar{Y}_{bcd} - \bar{Y}_e + \bar{Y}_{abe} - \bar{Y}_{ace} + \bar{Y}_{abce} - \bar{Y}_{ade} + \bar{Y}_{bde} - \bar{Y}_{cde} + \bar{Y}_{abcde};$$

$$\hat{C}_C = -\bar{Y}_a - \bar{Y}_b + \bar{Y}_C + \bar{Y}_{abc} - \bar{Y}_{ad} - \bar{Y}_{bd} + \bar{Y}_{acd} + \bar{Y}_{bcd} - \bar{Y}_e - \bar{Y}_{abe} + \bar{Y}_{ace} + \bar{Y}_{bcd} - \bar{Y}_{ade} - \bar{Y}_{bde} + \bar{Y}_{cde} + \bar{Y}_{abcde};$$

$$\hat{C}_D = -\bar{Y}_a - \bar{Y}_b - \bar{Y}_C - \bar{Y}_{abc} + \bar{Y}_{ad} + \bar{Y}_{bd} + \bar{Y}_{acd} + \bar{Y}_{bcd} - \bar{Y}_e - \bar{Y}_{abe} - \bar{Y}_{ace} - \bar{Y}_{bcd} + \bar{Y}_{ade} + \bar{Y}_{bde} + \bar{Y}_{cde} + \bar{Y}_{abcde};$$

$$\hat{C}_E = -\bar{Y}_a - \bar{Y}_b - \bar{Y}_C - \bar{Y}_{abc} - \bar{Y}_{ad} - \bar{Y}_{bd} - \bar{Y}_{acd} - \bar{Y}_{bcd} + \bar{Y}_e + \bar{Y}_{abe} + \bar{Y}_{ace} + \bar{Y}_{bcd} + \bar{Y}_{ade} + \bar{Y}_{bde} + \bar{Y}_{cde} + \bar{Y}_{abcde}.$$

De posse dessas estimativas, foram obtidos os efeitos principais dos três fatores, como seguem:

$$\hat{e}_A = \frac{\hat{C}_A}{2^{5-1}};$$

$$\hat{e}_B = \frac{\hat{C}_B}{2^{5-1}};$$

$$\hat{e}_C = \frac{\hat{C}_C}{2^{5-1}};$$

$$\hat{e}_D = \frac{\hat{C}_D}{2^{5-1}}; e$$

$$\hat{e}_E = \frac{\hat{C}_E}{2^{5-1}}.$$

Segundo Barros Neto *et al.* (2003), os contrastes definidos anteriormente proporcionaram estimativas das somas dos efeitos confundidos, como seguem:

$$\hat{e}_A = \hat{e}_A + \hat{e}_{BCDE} = \hat{e}_{A=BCDE};$$

$$\hat{e}_B = \hat{e}_B + \hat{e}_{ACDE} = \hat{e}_{B=ACDE};$$

$$\hat{e}_C = \hat{e}_C + \hat{e}_{ABDE} = \hat{e}_{C=ABDE};$$

$$\hat{e}_D = \hat{e}_D + \hat{e}_{ABCE} = \hat{e}_{D=ABCE}; e$$

$$\hat{e}_E = \hat{e}_E + \hat{e}_{ABCD} = \hat{e}_{E=ABCD}.$$

3.4.3 Um Fator por Vez

No método UFPV para cinco fatores, foram ensaiados oito tratamentos (Tabela 13).

Tabela 13 - UFPV para cinco fatores

Passo	A	B	C	D	E
1	a. a ₊	b. b ₊	c. c ₊	d. d ₊	e. e ₊
2	a. ou a ₊	b. b ₊	c. c ₊	d. d ₊	e. e ₊
3	a. ou a ₊	b. ou b ₊	c. c ₊	d. d ₊	e. e ₊
4	a. ou a ₊	b. ou b ₊	c. ou c ₊	d. d ₊	e. e ₊
5	a. ou a ₊	b. ou b ₊	c. ou c ₊	d. ou d ₊	e. e ₊

Fonte: elaborada pelo autor.

Inicialmente variou-se o fator A com os demais fatores fixos em seus níveis baixos. Estabelecido o nível do fator A, este foi fixado e o fator B foi variado com os demais fatores mantidos em seus níveis baixos. O processo seguiu até todos os passos serem realizados, considerando-se todos os fatores e seus respectivos níveis.

De acordo com os tratamentos ensaiados no método UFPV, foram obtidos os efeitos principais dos cinco fatores, como seguem:

$$\hat{e}_A = \bar{Y}_{a+} - \bar{Y}_{a-};$$

$$\hat{e}_B = \bar{Y}_{a+} - \bar{Y}_{b-};$$

$$\hat{e}_C = \bar{Y}_{c+} - \bar{Y}_{c-};$$

$$\hat{e}_D = \bar{Y}_{d+} - \bar{Y}_{d-};$$

$$\hat{e}_E = \bar{Y}_{e+} - \bar{Y}_{e-};$$

3.4.4 Delineamento de Cotter

No delineamento de Cotter (1979) para cinco fatores, foram ensaiados 12 tratamentos com oito repetições, conforme a Tabela 14.

Tabela 14 - Delineamento de Cotter para cinco fatores

Tratamento	A	B	C	D	E
(1)	-	-	-	-	-
a	+	-	-	-	-
b	-	+	-	-	-
c	-	-	+	-	-
d	-	-	-	+	-
e	-	-	-	-	+
bcde	-	+	+	+	+
acde	+	-	+	+	+
abde	+	+	-	+	+
abce	+	+	+	-	+
abcd	+	+	+	+	-
abcde	+	+	+	+	+

Fonte: elaborada pelo autor.

De acordo com os tratamentos ensaiados, foram estimados os seguintes contrastes a partir das médias da variável resposta Y :

$$\hat{C}_A = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcde} - \bar{Y}_{bcde}) + (\bar{Y}_a - \bar{Y}_{(1)})];$$

$$\hat{C}_B = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcde} - \bar{Y}_{acde}) + (\bar{Y}_b - \bar{Y}_{(1)})];$$

$$\hat{C}_C = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcde} - \bar{Y}_{abde}) + (\bar{Y}_c - \bar{Y}_{(1)})];$$

$$\hat{C}_D = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcde} - \bar{Y}_{abce}) + (\bar{Y}_d - \bar{Y}_{(1)})]; \text{ e}$$

$$\hat{C}_E = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcde} - \bar{Y}_{abcd}) + (\bar{Y}_e - \bar{Y}_{(1)})].$$

De posse dessas estimativas, foram estimados os efeitos principais dos cinco fatores, como seguem:

$$\hat{e}_A = 2\hat{C}_A;$$

$$\hat{e}_B = 2\hat{C}_B;$$

$$\hat{e}_C = 2\hat{C}_C;$$

$$\hat{e}_D = 2\hat{C}_D; \text{ e}$$

$$\hat{e}_E = 2\hat{C}_E.$$

3.5 Dez Fatores

Com o objetivo de estudar os efeitos principais dos fatores A, B, C, D, E, F, G, H, J e K sobre uma variável resposta Y, foram estabelecidas as seguintes situações: presença de apenas cinco efeitos principais (P) e presença de três interações duplas (ID) com efeito menor, igual ou maior, em módulo aos efeitos principais.

Os termos das funções que descrevem as situações mencionadas anteriormente estão apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 - Coeficientes dos termos lineares e das interações duplas presentes nas funções estudadas para dez fatores

Situação	Const.	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	AB	CD	EF
ID= P	10	5	5	5	5	5	5	0	0	0	0	5	5	5
	10	-5	-5	-5	-5	-5	-5	0	0	0	0	5	5	5
ID< P	10	5	5	5	5	5	5	0	0	0	0	2,5	2,5	2,5
	10	-5	-5	-5	-5	-5	-5	0	0	0	0	2,5	2,5	2,5
ID> IP	10	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	0	0	0	0	5	5	5
	10	-2,5	-2,5	-2,5	-2,5	-2,5	-2,5	0	0	0	0	5	5	5

Fonte: elaborada pelo autor.

Estabelecidos os termos das funções, os efeitos dos fatores são definidos pela relação: $e_i = 2\beta_i$, onde $i=A, B, C, D, E, F, G, H, J, K$. Desse modo, tem-se:

$$|\hat{e}_A| = |\hat{e}_B| = |\hat{e}_C| = |\hat{e}_D| = |\hat{e}_E| = |\hat{e}_F| = 10 \text{ e } e_G = e_H = e_J = e_K = 0$$

para as duas primeiras situações, e

$$|e_A| = |e_B| = |e_C| = |e_D| = |e_E| = |e_F| = 5 \text{ e } e_G = e_H = e_J = e_K = 0$$

para a terceira situação.

3.5.1 Fatorial Fracionado 2_{III}^{10-6}

No fatorial fracionado 2_{III}^{10-6} , com geradores $E = ABC$, $F = BCD$, $G = ACD$, $H = ABD$, $J = ABCD$; $K = AB$ e relações de definição $I_1 = ABCE$, $I_2 = BCDF$, $I_3 = ACDG$, $I_4 = ABDH$, $I_5 = ACDJ$ e $I_6 = ABK$ foram ensaiados, de um total 1024, dezesseis tratamentos com cinco repetições (Tabela 16).

Tabela 16 - Fatorial Fracionado 2_{III}^{10-6}

Tratamento	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K
aegh	+	-	-	-	+	-	+	+	-	-
befh	-	+	-	-	+	+	-	+	-	-
dfghk	-	-	-	+	-	+	+	+	-	+
adefj	+	-	-	+	+	+	-	-	+	-
bcdf	-	+	+	+	-	+	-	-	-	-
bdegj	-	+	-	+	+	-	+	-	+	-
acfhj	+	-	+	-	-	+	-	+	+	-
abcek	+	+	+	-	+	-	-	-	-	+
abcdefg	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
cefgk	-	-	+	-	+	+	+	-	-	+
jk	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+
cdefhjk	-	-	+	+	+	-	-	+	+	+
abfgjk	+	+	-	-	-	+	+	-	+	+
bcghj	-	+	+	-	-	-	+	+	+	-
abdhk	+	+	-	+	-	-	-	+	-	+
acdg	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-

Fonte: elaborada pelo autor.

De acordo com os tratamentos ensaiados no 2_{III}^{10-6} , foram estimados os contrastes a partir das médias dos tratamentos com sinais + contra aquelas oriundas de tratamentos com sinais -, de cada coluna que confere o seu efeito a partir das médias da variável resposta Y.

De posse dessas estimativas, foram estimados os efeitos principais dos dez fatores, como seguem:

$$\hat{e}_A = \frac{\hat{C}_A}{2^{10-6}};$$

$$\hat{e}_B = \frac{\hat{C}_B}{2^{10-6}};$$

$$\hat{e}_C = \frac{\hat{C}_C}{2^{10-6}};$$

$$\hat{e}_D = \frac{\hat{C}_D}{2^{10-6}};$$

$$\hat{e}_E = \frac{\hat{C}_E}{2^{10-6}};$$

$$\hat{e}_F = \frac{\hat{C}_F}{2^{10-6}};$$

$$\hat{e}_G = \frac{\hat{C}_G}{2^{10-6}};$$

$$\hat{e}_H = \frac{\hat{C}_H}{2^{10-6}};$$

$$\hat{e}_J = \frac{\hat{C}_J}{2^{10-6}}; e$$

$$\hat{e}_K = \frac{\hat{C}_K}{2^{10-6}}.$$

Nesse caso, tem-se $\hat{e}_A = \hat{e}_{BK}$, $\hat{e}_B = \hat{e}_{AK}$, $\hat{e}_C = \hat{e}_{EK}$, $\hat{e}_D = \hat{e}_{EJ}$, $\hat{e}_E = \hat{e}_{CK}$, $\hat{e}_F = \hat{e}_{AJ}$, $\hat{e}_G = \hat{e}_{BJ}$, $\hat{e}_H = \hat{e}_{CJ}$, $\hat{e}_J = \hat{e}_{AF}$ e $\hat{e}_K = \hat{e}_{AB}$. E, de acordo com Box (1987), A e BK, B e AK, C e EK, D e EJ, E e CK, F e AJ, G e BJ, H e CJ, J e AF e K e AB são *aliases* um do outro.

Desse modo,

$$\hat{e}_A = \hat{e}_A + \hat{e}_K = \hat{e}_{A=BK};$$

$$\hat{e}_B = \hat{e}_B + \hat{e}_{AK} = \hat{e}_{B=AK};$$

$$\hat{e}_C = \hat{e}_C + \hat{e}_{EK} = \hat{e}_{C=EK};$$

$$\hat{e}_D = \hat{e}_D + \hat{e}_{EJ} = \hat{e}_{D=EJ};$$

$$\hat{e}_E = \hat{e}_E + \hat{e}_{CK} = \hat{e}_{E=CK};$$

$$\hat{e}_F = \hat{e}_F + \hat{e}_{AJ} = \hat{e}_{F=AJ};$$

$$\hat{e}_G = \hat{e}_G + \hat{e}_{BJ} = \hat{e}_{G=BJ};$$

$$\hat{e}_H = \hat{e}_H + \hat{e}_{CJ} = \hat{e}_{H=CJ};$$

$$\hat{e}_J = \hat{e}_J + \hat{e}_{AF} = \hat{e}_{J=AF}; e$$

$$\hat{e}_K = \hat{e}_K + \hat{e}_{AB} = \hat{e}_{K=AB}.$$

3.5.2 Fatorial Fracionado 2_{IV}^{10-5}

No fatorial fracionado 2_{IV}^{10-5} , com geradores F = ABCD, G = ABCE, H = ABDE, J = ACDE, K = BCDE e relações de definição $I_1 = ABCDF$, $I_2 = ABCEG$, $I_3 = ABDEH$, $I_4 = ACDEJ$ e $I_5 = BCDEK$ foram ensaiados, de um total de mil e vinte e quatro, trinta e dois tratamentos com cinco repetições (Tabelas 17 e 18).

Tabela 17 - Fatorial Fracionado 2_{IV}^{10-5} (a)

Tratamento	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K
ghjk	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+
ak	+	-	-	-	-	-	-	-	-	+
bj	-	+	-	-	-	-	-	-	+	-
abfgh	+	+	-	-	-	+	+	+	-	-
ck	-	-	+	-	-	-	-	+	-	-
acfgj	+	-	+	-	-	+	+	-	+	-
bcfgk	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+
abchjk	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+
dg	-	-	-	+	-	-	+	-	-	-
adhj	+	-	-	+	-	+	-	+	+	-
bdfh	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+
abdgjk	+	+	-	+	-	-	+	-	+	+
cdfjk	-	-	+	+	-	+	-	-	+	+
acdghk	+	-	+	+	-	-	+	+	-	+
bcdghj	-	+	+	+	-	-	+	+	+	-

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 18 - Fatorial Fracionado 2_{IV}^{10-5} (b)

Tratamento	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K
abcdf	+	+	+	+	-	+	-	-	-	-
ef	-	-	-	-	+	+	-	-	-	-
aeghj	+	-	-	-	+	-	+	+	+	-
beghk	-	+	-	-	+	-	+	+	-	+
anfgjk	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+
dfhjk	-	-	+	-	+	-	+	-	+	+
acefhk	+	-	+	-	+	+	-	+	-	+
bcefhj	-	+	+	-	+	+	-	+	+	-
abceg	+	+	+	-	+	-	+	-	-	-
dehjk	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+
adefgk	+	-	-	+	+	+	+	-	-	+
bdefgj	-	+	-	+	+	+	+	-	+	-
abdeh	+	+	-	+	+	-	-	+	-	-
cdefgh	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-
acdej	+	-	+	+	+	-	-	-	+	-
bcdek	-	+	+	+	+	-	-	-	-	+
abcdefghjk	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Fonte: elaborada pelo autor.

De acordo com os tratamentos ensaiados no 2_{IV}^{10-5} , foram estimados os contrastes a partir das médias dos tratamentos com sinais + contra aquelas oriundas de tratamentos com sinais -, de cada coluna que confere o seu efeito a partir das médias da variável resposta Y:

De posse desses resultados, foram estimados os efeitos principais dos dez fatores, como seguem:

$$\hat{e}_A = \frac{\hat{C}_A}{2^{10-5}};$$

$$\hat{e}_B = \frac{\hat{C}_B}{2^{10-5}};$$

$$\hat{e}_C = \frac{\hat{C}_C}{2^{10-5}};$$

$$\hat{e}_D = \frac{\hat{C}_D}{2^{10-5}};$$

$$\hat{e}_E = \frac{\hat{C}_E}{2^{10-5}};$$

$$\hat{e}_F = \frac{\hat{C}_F}{2^{10-5}};$$

$$\hat{e}_G = \frac{\hat{C}_G}{2^{10-5}};$$

$$\hat{e}_H = \frac{\hat{C}_H}{2^{10-5}};$$

$$\hat{e}_J = \frac{\hat{C}_J}{2^{10-5}}; e$$

$$\hat{e}_K = \frac{\hat{C}_K}{2^{10-5}}.$$

Nesse caso, tem-se $\hat{e}_A = \hat{e}_{BJK}$, $\hat{e}_B = \hat{e}_{AJK}$, $\hat{e}_C = \hat{e}_{AHK}$, $\hat{e}_D = \hat{e}_{AGK}$, $\hat{e}_E = \hat{e}_{AFK}$, $\hat{e}_F = \hat{e}_{AEK}$, $\hat{e}_G = \hat{e}_{ADK}$, $\hat{e}_H = \hat{e}_{ACK}$, $\hat{e}_J = \hat{e}_{ABK}$ e $\hat{e}_K = \hat{e}_{ABJ}$. E, de acordo com Box (1987), A e BJK, B e AJK, C e AHK, D e AGK, E e AFK, F e AEK, G e ADK, H e ACK, J e ABK, e K e ABJ são *aliases* um do outro. Desse modo,

$$\hat{e}_A = \hat{e}_A + \hat{e}_{BJK} = \hat{e}_{A=BJK};$$

$$\hat{e}_B = \hat{e}_B + \hat{e}_{AJK} = \hat{e}_{B=AJK};$$

$$\hat{e}_C = \hat{e}_C + \hat{e}_{AHK} = \hat{e}_{C=AHK};$$

$$\hat{e}_D = \hat{e}_D + \hat{e}_{AGK} = \hat{e}_{D=AGK};$$

$$\hat{e}_E = \hat{e}_E + \hat{e}_{AFK} = \hat{e}_{E=AFK};$$

$$\hat{e}_F = \hat{e}_F + \hat{e}_{AEK} = \hat{e}_{F=AEK};$$

$$\hat{e}_G = \hat{e}_G + \hat{e}_{ADK} = \hat{e}_{G=ADK};$$

$$\hat{e}_H = \hat{e}_H + \hat{e}_{ACK} = \hat{e}_{H=ACK};$$

$$\hat{e}_J = \hat{e}_J + \hat{e}_{ABK} = \hat{e}_{J=ABK};$$

$$\hat{e}_K = \hat{e}_K + \hat{e}_{ABJ} = \hat{e}_{E=ABJ}.$$

3.5.3. Um Fator por Vez

No método UFPV para dez fatores foram ensaiados dez tratamentos com quarenta repetições.

Inicialmente variou-se o fator A com os demais fatores fixos em seus níveis baixos (Tabela 19).

Tabela 19 - Método UFPV para dez fatores

Passo	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K
1	a- a+	b-	c-	d-	e-	f-	g-	h-	j-	k-
2	a- ou a+	b- b+	c-	d-	e-	f-	g-	h-	j-	k-
3	a- ou a+	b- ou b+	c- c+	d-	e-	f-	g-	h-	j-	k-
4	a- ou a+	b- ou b+	c- ou c+	d- d+	e-	f-	g-	h-	j-	k-
5	a- ou a+	b- ou b+	c- ou c+	d- ou d+	e- e+	f-	g-	h-	j-	k-
6	a- ou a+	b- ou b+	c- ou c+	d- ou d+	e- ou e+	f- f+	g-	h-	j-	k-
7	a- ou a+	b- ou b+	c- ou c+	d- ou d+	e- ou e+	f- ou f+	g- g+	h-	j-	k-
8	a- ou a+	b- ou b+	c- ou c+	d- ou d+	e- ou e+	f- ou f+	g- ou g+	h- h+	j-	k-
9	a- ou a+	b- ou b+	c- ou c+	d- ou d+	e- ou e+	f- ou f+	g- ou g+	h- ou h+	j- j+	k-
10	a- ou a+	b- ou b+	c- ou c+	d- ou d+	e- ou e+	f- ou f+	g- ou g+	h- ou h+	j- ou j+	k- k+

Fonte: elaborada pelo autor.

Estabelecido o nível do fator A, este foi fixado e, o fator B, variado com os demais fatores mantidos em seus níveis baixos. O processo seguiu até todos os passos serem realizados, considerando-se todos os fatores e seus respectivos níveis.

De acordo com os tratamentos ensaiados no método UFPV, foram estimados os efeitos principais dos quatro fatores, como seguem:

$$\hat{e}_A = \bar{Y}_{a+} - \bar{Y}_{a-};$$

$$\hat{e}_B = \bar{Y}_{b+} - \bar{Y}_{b-};$$

$$\hat{e}_C = \bar{Y}_{c+} - \bar{Y}_{c-};$$

$$\hat{e}_D = \bar{Y}_{d+} - \bar{Y}_{d-};$$

$$\hat{e}_E = \bar{Y}_{e+} - \bar{Y}_{e-};$$

$$\hat{e}_F = \bar{Y}_{f+} - \bar{Y}_{f-};$$

$$\hat{e}_G = \bar{Y}_{g+} - \bar{Y}_{g-};$$

$$\hat{e}_H = \bar{Y}_{h+} - \bar{Y}_{h-};$$

$$\hat{e}_J = \bar{Y}_{j+} - \bar{Y}_{j-}; e$$

$$\hat{e}_K = \bar{Y}_{k+} - \bar{Y}_{k-} .$$

3.5.4 Delineamento de Cotter

No delineamento de Cotter (1979) para cinco fatores, foram ensaiados 22 tratamentos com cinco repetições, de acordo com a Tabela 20.

Tabela 20 - Sinais do delineamento de Cotter para dez fatores

Tratamento	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K
(1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
a	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-
b	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-
c	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
d	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-
e	-	-	-	-	+	-	-	-	-	-
f	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-
g	-	-	-	-	-	-	+	-	-	-
h	-	-	-	-	-	-	-	+	-	-
j	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-
k	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+
bcdefghjk	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+
acdefghjk	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+
abdefghjk	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+
abcefgghjk	+	+	+	-	+	+	+	+	+	+
abcdefghjk	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+
abcdeghjk	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+
abcdefhjk	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+
abcdefgjk	+	+	+	+	+	+	+	-	+	+
abcdefghk	+	+	+	+	+	+	+	+	-	+
abcdefghj	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-
abcdefghjk	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Fonte: elaborada pelo autor.

De acordo com os tratamentos ensaiados no delineamento de Cotter, foram estimados os seguintes contrastes a partir das médias da variável resposta Y:

$$\hat{C}_A = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcdefghjk} - \bar{Y}_{bcdefghjk}) + (\bar{Y}_a - \bar{Y}_{(1)})];$$

$$\hat{C}_B = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcdefghjk} - \bar{Y}_{acdefghjk}) + (\bar{Y}_b - \bar{Y}_{(1)})];$$

$$\hat{C}_C = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcdefghjk} - \bar{Y}_{abdefghjk}) + (\bar{Y}_c - \bar{Y}_{(1)})];$$

$$\hat{C}_D = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcdefghjk} - \bar{Y}_{abcefgghjk}) + (\bar{Y}_d - \bar{Y}_{(1)})];$$

$$\hat{C}_E = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{abcdefghjk} - \bar{Y}_{abcdefghjk}) + (\bar{Y}_e - \bar{Y}_{(1)})];$$

$$\hat{C}_F = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{\text{abcdefgghjk}} - \bar{Y}_{\text{abcdeghjk}}) + (\bar{Y}_f - \bar{Y}_{(1)})];$$

$$\hat{C}_G = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{\text{abcdefgghjk}} - \bar{Y}_{\text{abcdeghjk}}) + (\bar{Y}_g - \bar{Y}_{(1)})];$$

$$\hat{C}_H = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{\text{abcdefgghjk}} - \bar{Y}_{\text{abcdeghjk}}) + (\bar{Y}_h - \bar{Y}_{(1)})];$$

$$\hat{C}_J = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{\text{abcdefgghjk}} - \bar{Y}_{\text{abcdeghjk}}) + (\bar{Y}_j - \bar{Y}_{(1)})]; e$$

$$\hat{C}_K = \frac{1}{4} [(\bar{Y}_{\text{abcdefgghjk}} - \bar{Y}_{\text{abcdeghjk}}) + (\bar{Y}_k - \bar{Y}_{(1)})].$$

De posse dessas estimativas, foram obtidos os efeitos principais dos dez fatores, como segue:

$$\hat{e}_i = 2\hat{C}_i;$$

Onde $i=A, B, C, D, E, F, G, H, J, K$.

3.6 Efeitos Principais

Para avaliar o desempenho dos delineamentos foram estimados os efeitos principais (e_p) de cada fator e aplicado, para cada situação separadamente, o teste t de *Student* para uma média a 5% de probabilidade, de acordo com a seguinte hipótese: $H_0: e_p = \text{valor verdadeiro}$, para cada situação.

Adicionalmente, foram obtidos os limites inferiores (LI) e superiores (LS) das 100 estimativas dos efeitos principais, abaixo e acima das quais existiam duas estimativas em ordem crescente, para cada situação estudada [LI; LS].

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para comparar os desempenhos dos fatoriais fracionados de resoluções III, IV e V e de Cotter (1979) e do método um fator por vez (UFPV), para experimentos com três, quatro, cinco e dez fatores, foram obtidas as estimativas dos parâmetros dos efeitos principais.

4.1 Três fatores

4.1.1 Ausência de Interação Dupla

Na presença de somente efeitos principais de A, B e C, os parâmetros foram estimados corretamente ($p > 0,05$) (Tabela 20).

Tabela 21 - Parâmetros e médias das estimativas dos efeitos principais dos fatores A, B e C

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento	
			2_{III}^{3-1}	UFPV
P	A	10	10,05 ^{ns} [9,40; 10,52]	10,05 ^{ns} [9,40; 10,52]
	B	10	10,02 ^{ns} [9,51; 10,67]	10,02 ^{ns} [9,52; 10,67]
	C	10	9,99 ^{ns} [9,33; 10,51]	9,99 ^{ns} [9,33; 10,51]

*Significativo pelo teste t de *Student* ($p < 0,05$); ^{ns} não significativo pelo teste t ($p > 0,05$); [LI, LS]: intervalo percentil.
Fonte: elaborada pelo autor.

Isso implica que se o pesquisador tiver alguma expectativa dessa situação, recomenda-se o fatorial 2_{III}^{3-1} , que exige quatro tratamentos contra seis do UFPV, sendo, portanto, mais econômico.

Segundo Meyer *et al.* (1994), o delineamento fatorial fracionado de resolução III é conhecido como “planejamento de efeitos principais”, pela sua eficiência em estimá-los.

Segundo Box e Draper (1978), Cochran e Cox (1989), Hinlkelman (1994), Czitron (1996) e Montgomery (1997), o UFPV é indicado para analisar somente efeitos principais na ausência de interações.

Portanto, era de se esperar, naturalmente, que ambos fornecessem bons resultados. Conseqüentemente, o delineamento de Cotter (1979) que utiliza todas as possíveis combinações entre os níveis dos fatores (Tabela 22), equivalente ao fatorial completo 2^3 , iria trazer igualmente resultados satisfatórios.

Tabela 22 - Delineamento de Cotter para três fatores

Trat	A	B	C
(1)	-	-	-
a	+	-	-
b	-	+	-
c	-	-	+
bc	-	+	+
ac	+	-	+
ab	+	+	-
abc	+	+	+

Fonte: elaborada pelo autor.

4.1.1 Presença de Interações Duplas

Quando, além dos efeitos principais, ocorreram interações duplas com efeitos absolutos inferiores aos efeitos principais ($|ID| < IP$), as estimativas desses foram prejudicadas quando baseadas no fatorial 2^{3-1}_{III} e UFPV (Tabela 23).

Tabela 23 - Parâmetros e estimativas dos efeitos principais dos fatores A, B e C na presença de interações duplas com efeitos absolutos menores que os efeitos principais

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento	
			2_{III}^{3-1}	UFPV
ID=AxB	A	10	10,05 ^{ns} [9,40; 10,52]	15,05* [14,40; 15,52]
	B	10	10,02 ^{ns} [9,52; 10,62]	5,02* [4,52; 5,67]
	C	10	4,99* [4,32; 5,51]	9,99 ^{ns} [9,32; 10,51]
ID=AxC	A	10	10,05 ^{ns} [9,40; 10,52]	15,05* [14,40; 15,52]
	B	10	5,02* [4,52; 5,61]	10,02 ^{ns} [9,52; 10,67]
	C	10	9,99 ^{ns} [9,33; 10,51]	4,99* [4,32; 5,51]
ID=BxC	A	10	5,05* [4,40; 5,52]	10,05 ^{ns} [9,40; 10,52]
	B	10	10,02 ^{ns} [9,52; 10,67]	15,02* [14,52; 15,67]
	C	10	9,99 ^{ns} [9,33; 10,51]	4,99* [4,327; 5,51]

*Significativo pelo teste t de *Student* ($p < 0,05$); ^{ns} não significativo pelo teste t ($p > 0,05$); [LI, LS]: intervalo percentil.

Fonte: elaborada pelo autor.

Quando houve interação AxB, a estimativa do efeito de C foi incorreta ($p < 0,05$) devido ao confundimento entre este e o efeito da interação. O mesmo ocorreu para a interação AxC, confundida com efeito principal de B e o da interação BxC, confundida com efeito de A.

Logo, caso o pesquisador suspeite da existência de interações de segunda ordem, sejam elas positivas ou negativas, ele não deve utilizar o UFPV, mas sim optar por um delineamento fatorial fracionado de resolução maior que III.

De acordo com Peralta-Zamora *et al.* (2005), o método UFPV negligencia os efeitos de interação e por isso deve ser evitado, pois dificulta ou inviabiliza o reconhecimento dos melhores níveis dos fatores.

No fatorial fracionado 2_{III}^{3-1} , apenas o efeito principal que confundiu com a respectiva interação dupla ($\hat{e}_A = \hat{e}_{BC}$, $\hat{e}_B = \hat{e}_{AC}$ e $\hat{e}_C = \hat{e}_{AB}$), é que não foi bem estimado. Já no método UFPV, ocorreu o contrário, apenas esse efeito principal foi estimado corretamente. Mesmo os

dois delineamentos acusando estimativas erradas dos efeitos principais, houve, em termos percentuais, menores erros associados ao fatorial fracionado 2_{III}^{3-1} . Além disso, a presença da interação dupla ($|ID|=P$) não inviabilizou a seleção dos fatores por eles, dado que as estimativas dos efeitos principais apresentada por ele têm os mesmos sinais dos respectivos parâmetros (Figura 2).

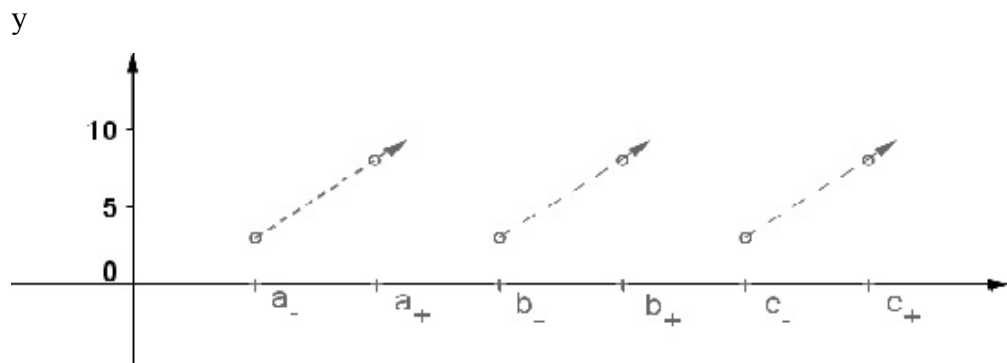


Figura 2 - Estimativas positivas dos efeitos principais dos fatores A, B e C e deslocamentos positivos para aumentar a média da variável resposta Y.

Fonte: elaborada pelo autor.

Portanto, mesmo que ocorram interações duplas, mas com baixas magnitudes, tais delineamentos apresentam resultados satisfatórios.

O aumento, em módulo, do efeito de uma interação dupla, prejudicou a estimativa do efeito principal confundido, no fatorial fracionado 2_{III}^{3-1} e dos outros dois não confundidos, no UFPV (Tabela 24).

Tabela 24 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas com efeitos absolutos iguais aos efeitos principais

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento	
			2_{III}^{3-1}	UFPV
ID=-AB	A	10	10,05 ^{ns} [9,40; 10,52]	20,05* [19,40; 20,52]
	B	10	10,02 ^{ns} [9,51; 10,67]	0,02* [-0,48; 0,67]
	C	10	-0,01* [-0, 67; 0,50]	9,99 ^{ns} [9,32 10,51]
ID=AC	A	10	10,05 ^{ns} [9,40; 10,52]	20,05* [19,40; 20,51]
	B	10	0,02* [-0,48; 0,67]	10,02 ^{ns} [9,51; 10,67]
	C	10	9,99 ^{ns} [9,32; 10,50]	-0,01* [-0,67; 50]
ID=BC	A	10	0,05* [-0,59; 0,52]	10,05 ^{ns} [9,40; 10,52]
	B	10	10,02 ^{ns} [9,51; 10,67]	20,02* [19,51; 20,67]
	C	10	9,99 ^{ns} [9,32; 10,50]	-0,01* [-0,67; 0,50]

*Significativo pelo teste t de *Student* ($p < 0,05$); ^{ns} não significativo pelo teste t ($p > 0,05$);

[LI, LS]: intervalo percentil.

Fonte: elaborada pelo autor.

Quando as interações duplas apresentaram efeitos absolutos iguais aos efeitos principais, o delineamento fatorial 2_{III}^{3-1} e o método UFPV possibilitaram as estimativas dos efeitos principais confundidos com as respectivas interações duplas ainda piores.

Quando a magnitude da interação dupla foi igual, mas contrária à do efeito principal, ela provocou ausência de significância para um fator (2_{III}^{3-1}), quando na verdade ele existiu.

O erro na estimativa do efeito principal foi ainda maior quando a interação dupla teve efeito maior e contrário aos dos principais (ID>P) (Tabela 25).

Tabela 25 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas com efeitos absolutos superiores aos efeitos principais

Interação	Efeito	Parâmetro	Delineamento	
			2_{III}^{3-1}	UFPV
ID=AB	A	10	10,05 ^{ns} [9,40; 10,52]	30,05* [29,40; 30,52]
	B	10	10,02 ^{ns} [9,51; 0,67]	-9,98* [24,69; 23,72]
	C	10	-10,01* [-10,67; -9,49]	9,99 ^{ns} [9,32; 10,50]
ID=AC	A	10	10,05 ^{ns} [9,40; 0,52]	30,05* [29,40; 30,52]
	B	10	-9,98* [-10,48; -9,32]	10,02 ^{ns} [9,51; 10,67]
	C	10	9,99 ^{ns} [9,32; 10,50]	-10,01* [-10,67; -9,49]
ID=BC	A	10	-9,95* [-10,59; -9,47]	10,05 ^{ns} [9,40; 10,52]
	B	10	10,02 ^{ns} [9,51; 10,67]	30,02* [29,51; 30,67]
	C	10	9,99 ^{ns} [9,32; 10,50]	-10,01* [-10,67; -9,49]

*Significativo pelo teste t de *Student* ($p < 0,05$); ^{ns} não significativo pelo teste t ($p > 0,05$); [LI, LS]: intervalo percentil.
Fonte: elaborada pelo autor.

Nesse caso, ao invés de indicar deslocamentos em direção aos maiores níveis de C, na presença da interação $A \times B$ (2_{III}^{3-1}), são recomendados, equivocadamente, menores níveis para aumentar a média da resposta Y (Figura 3).

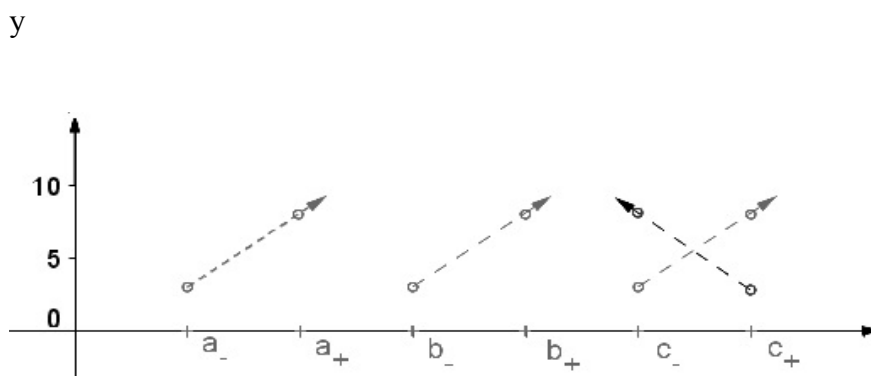


Figura 3 - Estimativas positivas dos efeitos principais dos fatores A, B e negativa e incorreta do efeito de C e respectivos deslocamentos para aumentar a média da variável resposta Y.
Fonte: elaborada pelo autor.

Segundo Margolin (1969), para que os efeitos principais sejam estimáveis em um fatorial fracionado de resolução III, é necessário que algumas ou todas as interações entre dois fatores não sejam significativas.

Em função dos resultados apresentados, concluiu-se que na presença das interações com efeitos iguais ou maiores que os principais de três fatores, não é viável estudar os últimos por meio do fatorial fracionado 2^{3-1}_{III} e do método UFPV. Consequentemente, tal informação, além de desconhecida, poderá comprometer a seleção de pelo menos um dos três fatores.

4.2 Quatro Fatores

4.2.1 Ausência de Interação Dupla

Quando houve somente a presença dos efeitos principais A, B e C, os parâmetros foram estimados corretamente ($p > 0,05$) (Tabela 26).

Tabela 26 - Estimativas dos efeitos principais na ausência de interações duplas

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento		
			2^{4-1}_{IV}	UFPV	Cotter
P	A	10	9,98 ^{ns}	9,98 ^{ns}	10,02 ^{ns}
			[9,52;10,37]	[9,53;10,37]	[9,13; 10,74]
	B	10	10,05 ^{ns}	10,05 ^{ns}	9,99 ^{ns}
			[9,57;10,43]	[9,57;10,43]	[9,08;10,69]
C	10	10,03 ^{ns}	10,03 ^{ns}	10 ^{ns}	
		[9,64 ;10,43]	[9,64; 10,43]	[9,17;10,77]	
D	0	-0,01 ^{ns}	-0,01 ^{ns}	0,03 ^{ns}	
		[-0,44;0,40]	[-0,44;0,41]	[-0,92; 0,83]	

*Significativo pelo teste t de *Student* ($p < 0,05$); ^{ns} não significativo pelo teste t ($p > 0,05$);

[LI, LS]: intervalo percentil.

Fonte: elaborada pelo autor.

Os resultados anteriores também eram esperados, dado que Addelman (1963) afirma que fatoriais fracionados de resolução III permitem as estimativas corretas de todos os efeitos principais quando as interações duplas ou de ordens superiores estão ausentes.

Além disso, Li *et al.* (2006) afirmam que a propriedade de projeção dos fatoriais fracionados permite que o pesquisador realize um experimento fatorial completo para alguns fatores com efeitos significativos sem saber, *a priori*, quais entre eles são os significativos.

Montgomery (1997) afirma que qualquer delineamento fatorial de resolução R pode ser projetado em um delineamento fatorial completo para quaisquer R-1 fatores.

Assim, como se tem um delineamento de resolução IV, onde apenas três dos fatores são significativos, o delineamento 2_{IV}^{4-1} é projetado em um delineamento fatorial completo 2^3 para os três fatores significativos (Tabela 27).

Tabela 27 - Projeção do Fatorial Fracionado 2_{IV}^{4-1} em um Fatorial Completo 2^3

Tratamento	2_{IV}^{4-1}				Trat.	2^3		
	A	B	C	D		A	B	C
(1)	-	-	-	-	(1)	-	-	-
ab	+	+	-	-	ab	+	+	-
ac	+	-	+	-	ac	+	-	+
ad	+	-	-	+	a	+	-	-
bc	-	+	+	-	bc	-	+	+
bd	-	+	-	+	b	-	+	-
cd	-	-	+	+	c	-	-	+
abcd	+	+	+	+	abc	+	+	+

Fonte: elaborada pelo autor.

Observou-se, na Tabela 26, que ao retirarmos a coluna correspondente ao fator D, as três colunas restantes formam um fatorial completo para os três fatores A, B e C.

Portanto, se o pesquisador tiver alguma expectativa de que algum dos fatores estudados não tem efeito significativo, recomenda-se o fatorial 2_{IV}^{4-1} , que tem oito tratamentos contra dez do delineamento de Cotter e, conseqüentemente, é o mais econômico.

Um exemplo dessa situação foi o estudo da adsorção de Cu (II) em sílicas organofuncionalizadas feito por Cestari *et al.* (1996). Nesse estudo, o fatorial fracionado 2_{IV}^{4-1} foi utilizado para analisar os efeitos de dois tipos de sílicas imobilizada, Sil-et-1 e il-et-2, de dois solventes, água e etanol, de dois sais de cobre, cloreto e acetato, bem como da quantidade de sílica 100 e 200 mg. Segundo os autores, como a quantidade de sílica pareceu não influenciar a adsorção de Cu (II), o 2_{IV}^{4-1} foi equivalente a um fatorial completo 2^3 para os demais fatores.

4.2.2 Presença de Interação Dupla

Na presença de interação dupla (ID=P), o método UFPV só conseguiu estimar bem metade dos efeitos principais. Já o fatorial fracionado 2_{IV}^{4-1} e o delineamento de Cotter proporcionaram estimativas corretas dos parâmetros ($p>0,05$) em todos os casos (Tabela 28).

Tabela 28 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas (a)

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento		
			2_{IV}^{4-1}	UFPV	Cotter
AxB=P	A	10	9,98 ^{ns}	-0,02*	10,02 ^{ns}
			[9,59; 10,38]	[-0,4; 0,38]	[9,13; 9,13]
	B	10	10,05 ^{ns}	0,05*	9,99 ^{ns}
			[9,59; 10,43]	[-0,47; 0,43]	[9,08; 10,08]
C	10	10,03 ^{ns}	10,03 ^{ns}	10 ^{ns}	
		[9,61; 10,44]	[9,64; 10,434]	[9,17; 10,17]	
D	0	-0,01 ^{ns}	-0,01 ^{ns}	0,03 ^{ns}	
		[-0,42; 0,48]	[-0,44; 0,40]	[-0,92; 0,032]	
AxB =P	A	10	9,98 ^{ns}	19,98*	10,02 ^{ns}
			[9,59; 10,37]	[19,59; 20,38]	[9,13; 10,74]
	B	10	10,05 ^{ns}	0,05*	9,99 ^{ns}
			[9,59; 10,43]	[-0,41; 0,43]	[9,08; 10,69]
C	10	10,03 ^{ns}	10,03	10 ^{ns}	
		[9,61; 10,43]	[9,64; 10,43]	[9,17; 10,77]	
D	0	-0,01 ^{ns}	-0,01 ^{ns}	0,03 ^{ns}	
		[-0,42; 0,40]	[-0,44; 0,48]	[-0,92; 0,83]	
AxB=CxD=P	A	10	9,98 ^{ns}	-0,02*	10,02 ^{ns}
			[9,59; 10,38]	[-0,47; 0,37]	[9,13; 10,74]
	B	10	10,05 ^{ns}	0,05*	9,99 ^{ns}
			[9,57; 10,43]	[-0,42; 0,43]	[9,08; 10,69]

Tabela 28 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas (Continuação)

Situação	Efeito	Parâmetros	Delineamento		
			2^{4-1}_{IV}	UFPV	Cotter
P=AB=CD	C	10	10,03 ^{ns} [9,61; 10,44]	0,03* [-0,39; 0,43]	10 ^{ns} [9,17; 10,77]
	D	0	-0,01 ^{ns} [-0,43; 0,48]	-10,01* [-10,42; -9,59]	0,03 ^{ns} [0,98; 0,83]
P=AB=-CD	A	10	9,98 ^{ns} [9,59; 10,38]	-0,02* [-0,47; 0,37]	10,02 ^{ns} [9,13; 10,74]
	B	10	10,05 ^{ns} [9,59; 10,43]	0,05* [-0,42; 0,43]	9,99 ^{ns} [9,08; 10,69]
	C	10	10,03 ^{ns} [9,64; 10,43]	20,03* [19,61; 20,43]	10 ^{ns} [9,17; 10,77]
	D	0	-0,01 ^{ns} [-0,44; 0,48]	-10,01* [-10,45; -9,59]	0,03 ^{ns} [-0,92; 0,83]
P=-AB=-CD	A	10	9,98 ^{ns} [9,59; 10,37]	19,98* [19,52; 20,37]	10,02 ^{ns} [9,14; 10,75]
	B	10	10,05 [9,59; 10,42]	0,05* [-0,41; 0,43]	9,99 ^{ns} [9,01; 10,69]
	C	10	10,03 ^{ns} [9,64; 10,44]	20,03* [19,61; 20,44]	10 ^{ns} [9,17; 10,77]
	D	0	-0,01 ^{ns} [-0,42; 0,41]	-9,93* [-10,42; -9,59]	0,03 ^{ns} [-0,92; 0,83]

*Significativo pelo teste t de *Student* ($p < 0,05$); ^{ns} não significativo pelo teste t ($p > 0,05$); [LI, LS]: intervalo percentil.

Fonte: elaborada pelo autor.

Até duas interações duplas com efeitos, em módulos, iguais aos dos principais, em experimentos com três fatores significativos, de um total de quatro, não atrapalham as estimativas dos efeitos principais. Tais resultados se devem principalmente à resolução IV do fatorial fracionado. Segundo Addelman (1963), Margolin (1969), Montgomery e Runger (2009), uma das vantagens dos delineamentos de resolução IV é que embora os efeitos das interações entre dois fatores não possam ser estimados separadamente, as estimativas dos efeitos principais não estão confundidas pelos efeitos das interações de dois fatores.

O delineamento de Cotter (1979) também se apresentou satisfatório, mas para quatro fatores ainda é menos econômico que o 2_{IV}^{4-1} .

Portanto, no estudo de quatro fatores, os delineamentos 2_{IV}^{4-1} e de Cotter (1979) podem ser utilizados para a seleção dos fatores mais importantes.

4.2.3 Cinco Fatores

Na presença de qualquer interação, seja ela qual for e independente do seu sinal, as estimativas dos efeitos pelo delineamento de Cotter são iguais ($p > 0,05$) aos verdadeiros parâmetros. O mesmo aconteceu pelo delineamento 2_{IV}^{5-1} . Por outro lado, o delineamento 2_{III}^{5-2} estimou com eficácia somente aqueles efeitos principais que não foram confundidos com os efeitos das interações duplas presentes. Já o método UFPV proporcionou estimativas diferentes ($p < 0,05$) dos parâmetros verdadeiros (Tabela 29).

Tabela 29 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas (b)

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento			
			2_{III}^{5-2}	2_{IV}^{5-1}	UFPV	Cotter
AxB=P	A	10	9,96 ^{ns} [9,48; 0,44]	10,03 ^{ns} [9,64; 0,46]	-0,02* [-0,47; ,37]	10,00 ^{ns} [9,20; ,78]
	B	10	10,052 ^{ns} [9,57; 10,43]	10,05 ^{ns} [9,46; 0,41]	0,05* [-0,42; ,43]	10,05 ^{ns} [9,21;10,79]
	C	10	10,047 ^{ns} [9,62; 10,44]	10,04 ^{ns} [9,69; 0,48]	10,02 ^{ns} [9,64; 0,43]	10,02 ^{ns} [9,29; 0,76]
	D	10	20,05* [19,66; 0,35]	10,01 ^{ns} [9,55; 0,39]	9,99 ^{ns} [9,52; 0,47]	10,04 ^{ns} [9,36;10,76]
	E	0	-0,01 ^{ns} [-0,48; 0,44]	-0,01 ^{ns} [-0,32; ,45]	0,01 ^{ns} [-0,39; 0,44]	0,05 ^{ns} [-0,84; 0,73]
AxB =P	A	10	9,96 ^{ns} [9,48; 10,44]	10,04 ^{ns} [9,64; 0,46]	19,98* [19,53; 20,38]	10,00 ^{ns} [9,13; 0,75]
	B	10	10,05 ^{ns} [9,57; 10,43]	10,01 ^{ns} [9,46 ; 10,41]	20,05* [19,57;20,43]	10,06 ^{ns} [9,21; 0,79]
	C	10	10,05 ^{ns} [9,62; ,44]	10,04 ^{ns} [9,69; 0,48]	10,02 ^{ns} [9,64; ,43]	10,02 ^{ns} [9,29; 0,76]
	D	10	0,09* [-0,33;0 ,35]	10,01 ^{ns} [9,55; 0,39]	9,99 ^{ns} [9,50; 10,44]	10,04 ^{ns} [9,36; 0,76]
	E	0	0,01 ^{ns} [-0,48; 0,44]	-0,01 ^{ns} [-0,32; ,45]	0,01 ^{ns} [-0,39; 0,44]	0,05 ^{ns} [-0,84; 0,73]

*Significativo pelo teste t de *Student* ($p < 0,05$); ^{ns} não significativo pelo teste t ($p > 0,05$);

[LI, LS]: intervalo percentil.

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 29 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas (b) (continuação)

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento			
			2_{III}^{5-2}	2_{IV}^{5-1}	UFPV	Cotter
AxC= P	A	10	9,96 ^{ns} [9,48; 10,44]	10,04 [9,64; 0,46]	-0,02* [-0,47; 0,37]	10,00 ^{ns} [9,20; 0,78]
	B	10	10,05 ^{ns} [9,57; 43]	10,00 ^{ns} [9,46; 0,42]	10,05 ^{ns} [9,57; 10,43]	10,06 ^{ns} [9,21; 0,79]
	C	10	10,05 ^{ns} [9,62; 10,44]	10,04 ^{ns} [9,69; 0,48]	0,03* [-0,35; 0,43]	10,02 ^{ns} [9,29; 0,76]
	D	10	10,09 ^{ns} [9,30; 10,35]	10,01 ^{ns} [9,55; 10,39]	9,99 ^{ns} [9,52; 10,44]	10,04 ^{ns} [9,36; 0,76]
	E	0	9,99* [9,52; 10,44]	-0,01 ^{ns} [-0,33; ,45]	0,01 ^{ns} [-0,39; 0,44]	0,05 ^{ns} [-0,84; 0,73]
-AxC=P	A	10	9,96 ^{ns} [9,48; 10,44]	10,04 ^{ns} [9,64; 0,46]	19,98* [19,53; 20,37]	10,00 ^{ns} [9,20; 0,78]
	B	10	10,05 ^{ns} [9,57; 10,43]	10,01 ^{ns} [9,46; 10,41]	10,05 ^{ns} [9,59; 10,43]	10,05 ^{ns} [9,21; 0,79]
	C	10	10,05 ^{ns} [9,62; 10,45]	10,04 ^{ns} [9,69; 0,48]	20,03* [19,64; 0,43]	10,02 ^{ns} [9,29; 0,76]
	D	10	10,05 ^{ns} [9,66; 10,35]	10,01 ^{ns} [9,56; 0,34]	9,99 ^{ns} [9,52; 10,44]	10,04 ^{ns} [9,36; 0,76]
	E	0	-10,01* [9,66; 10,35]	-0,01 ^{ns} [9,56; 0,34]	0,01 ^{ns} [9,52; 10,44]	0,05 ^{ns} [9,36; 0,76]

*Significativo pelo teste t de *Student* ($p < 0,05$); ^{ns} não significativo pelo teste t ($p > 0,05$);

[LI, LS]: intervalo percentil.

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 29 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas (b) (continuação)

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento			
			2_{III}^{5-2}	2_{IV}^{5-1}	UFPV	Cotter
AxB=AxC= P	A	10	9,97 ^{ns}	10,4 ^{ns}	-10,02*	9,91 ^{ns}
			[9,48; 10,44]	[9,64; 0,46]	[-10,47; -,62]	[9,27;10,58]
	B	10	10,05	10,01 ^{ns}	0,05*	9,98 ^{ns}
			[9,57; 10,43]	[9,46; 0,41]	[-0,42; 0,43]	[9,24; 0,74]
	C	10	10,05 ^{ns}	10,04 ^{ns}	0,028*	9,95 ^{ns}
[9,62; 10,44]			[9,69; 0,48]	[-0,35; 0,43]	[9,16; 0,62]	
D	10	20,05*	10,01 ^{ns}	9,99 ^{ns}	9,99 ^{ns}	
		[19,66; 20,35]	[9,55; 0,39]	[9,52; 10,44]	[9,24; 0,75]	
AxB=-AxC=P	A	10	9,99*	-0,01 ^{ns}	0,01 ^{ns}	-0,03 ^{ns}
			[9,52; 10,44]	[-0,32; ,45]	[-0,39; 0,44]	[-0,74; 0,63]
	B	10	9,97 ^{ns}	10,04 ^{ns}	9,98 ^{ns}	9,91 ^{ns}
			[9,48; 10,44]	[9,64; 10,46]	[9,53; 10,37]	[9,27; 10,58]
	C	10	10,05 ^{ns}	10,01 ^{ns}	0,052*	9,983 ^{ns}
[9,57; 10,43]			[9,46; 10,41]	[-0,42; 0,43]	[9,24; 0,74]	
D	10	10,05 ^{ns}	10,04 ^{ns}	20,03*	9,95 ^{ns}	
		[9,62; 10,44]	[9,69; 10,48]	[19,64; 0,43]	[9,16; ,62]	
E	0	20,05*	10,01 ^{ns}	9,99 ^{ns}	9,99 ^{ns}	
		[19,66; 20,35]	[9,55; 10,39]	[9,52; 10,44]	[9,24; ,74]	
E	0	-10,01*	-0,01 ^{ns}	0,01 ^{ns}	-0,03 ^{ns}	
		[-10,48; -9,55]	[-0,32; 0,45]	[-0,39; 0,44]	[-0,74; 0,63]	

*Significativo pelo teste t de *Student* ($p < 0,05$); ^{ns} não significativo pelo teste t ($p > 0,05$);

[LI, LS]: intervalo percentil.

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 29 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas (b) (continuação)

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento			
			2_{III}^{5-2}	2_{IV}^{5-1}	UFPV	Cotter
AxB=AxC=-P	A	10	10,22 ^{ns}	10,29 ^{ns}	29,73*	10,00 ^{ns}
			[9,73; 10,69]	[9,89; 10,71]	[29,28;30,12]	[9,14; 10,75]
	B	10	10,30 ^{ns}	10,26 ^{ns}	19,80*	10,06 ^{ns}
			[9,82; 10,68]	[9,71; 10,66]	[19,32; 0,18]	[9,22; 10,79]
	C	10	10,30 ^{ns}	10,29 ^{ns}	19,78*	10,02 ^{ns}
			[9,87; 10,69]	[9,94; 10,73]	[19,39; 0,18]	[9,29; 10,77]
	D	10	0,30*	9,76 ^{ns}	10,24 ^{ns}	10,04 ^{ns}
			[-0,08; 0,60]	[9,30; 10,14]	[9,77; 10,69]	[9,37; 10,76]
	E	0	-9,76*	-0,26 ^{ns}	0,01 ^{ns}	0,05 ^{ns}
			[-10,23; -9,30]	[-0,57; 0,20]	[-0,39; 0,44]	[-0,85; 0,73]

*Significativo pelo teste t de *Student* ($p < 0,05$); ^{ns} não significativo pelo teste t ($p > 0,05$);

[LI, LS]: intervalo percentil.

Fonte: elaborada pelo autor.

No experimento com três fatores, com efeito absoluto igual ou superior ao principal, o fatorial fracionado de resolução III prejudica tanto a estimativa dos efeitos principais quanto a indicação dos novos níveis dos fatores a serem estudados nos próximos experimentos. Por outro lado, o fatorial 2_V^{5-1} e o delineamento de Cotter (1979) não proporcionaram estimativas erradas dos efeitos na presença de, no máximo, duas interações duplas com os mesmos efeitos absolutos dos principais.

Novamente, decidiu-se pela não recomendação do fatorial fracionado com resolução III para a seleção de pelo menos um entre cinco fatores, caso haja, no mínimo, uma interação dupla. No entanto, a presença de apenas uma delas não prejudica as estimativas dos efeitos principais obtidas pelo fatorial fracionado com resolução IV. Tal fato implica, por segurança, recomendá-lo como a menor resolução a ser empregada. Matos *et al.* (2005) o utilizaram na otimização de um sistema de pré-concentração em fase sólida para determinação de cobalto e concluíram que o fatorial fracionado foi eficiente ao estimar com poucos ensaios os efeitos principais e das interações de segunda ordem dos fatores envolvidos.

Quando o número de fatores aumenta, o delineamento de Cotter (1979) proporciona estimativas similares ao fatorial fracionado de resolução IV, porém com a utilização de menor número de tratamentos. Tal resultado motiva a sua recomendação para a seleção de cinco fatores, sem ou com as presenças das interações duplas.

Por se tratar de delineamento de resolução V, o fatorial fracionado 2_V^{5-1} teria suas estimativas dos efeitos principais prejudicadas somente se houvesse a presença de interações triplas. Nessa situação, haveria os seguintes confundimentos:

$$\hat{e}_A = \hat{e}_A + \hat{e}_{BCD}E = \hat{e}_{A=BCDE};$$

$$\hat{e}_B = \hat{e}_B + \hat{e}_{ACDE} = \hat{e}_{B=ACDE};$$

$$\hat{e}_C = \hat{e}_C + \hat{e}_{ABDE} = \hat{e}_{C=ABDE};$$

$$\hat{e}_D = \hat{e}_D + \hat{e}_{ABCE} = \hat{e}_{D=ABCE};$$

$$\hat{e}_E = \hat{e}_E + \hat{e}_{ABCD} = \hat{e}_{E=ABCD}.$$

Quanto a propriedade de projeção, na ausência de significância do fator E, o fatorial 2_V^{5-1} é projetado em um fatorial completo 2^4 .

Tabela 30 - Projeção do Fatorial Fracionado 2_V^{5-1} em um Fatorial Completo 2^4

Tratamento	2_V^{5-1}					Tratamento	2^4			
	A	B	C	D	E		A	B	C	D
a	1	-1	-1	-1	-1	a	-1	-1	-1	-1
b	-1	1	-1	-1	-1	b	1	-1	-1	-1
c	-1	-1	1	-1	-1	c	-1	1	-1	-1
abc	1	1	1	-1	-1	abc	1	1	-1	-1
de	-1	-1	-1	1	-1	d	-1	-1	1	-1
abde	1	1	-1	1	-1	abd	1	-1	1	-1
acde	1	-1	1	1	-1	acd	-1	1	1	-1
bcde	-1	1	1	1	-1	bcd	1	1	1	-1
f	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1
abf	1	1	-1	-1	1	ab	1	-1	-1	1
acf	1	-1	1	-1	1	ac	-1	1	-1	1
bcf	-1	1	1	-1	1	bc	1	1	-1	1
adef	1	-1	-1	1	1	ad	-1	-1	1	1
bdef	-1	1	-1	1	1	bd	1	-1	1	1
cdef	-1	-1	1	1	1	cd	-1	1	1	1
abcef	1	1	1	1	1	abc	1	1	1	1

Ao retirarmos a coluna correspondente ao fator não significativo E, as quatro colunas restantes formam um fatorial completo para os quatro fatores A, B, C e D.

4.3 Dez Fatores

Quando os efeitos das interações duplas foram iguais em valores absolutos aos efeitos principais, as estimativas destes pelo delineamento de Cotter (1979) foram novamente iguais ($p > 0,05$) aos respectivos parâmetros (Tabela 31).

Tabela 31 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas com efeitos absolutos iguais aos efeitos principais

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento			
			2 _{III} ¹⁰⁻⁶	2 _{IV} ¹⁰⁻⁵	UFPV	Cotter
ID=IP	A	10	9,97 ^{ns}	9,89 ^{ns}	-0,03*	9,99 ^{ns}
			[9,54; 10,34]	[9,69; 10,26]	[-0,45; 0,34]	[9,24 ;10,75]
	B	10	9,98 ^{ns}	9,95 ^{ns}	-0,01*	10,02 ^{ns}
			[9,57; 10,52]	[9,75; 10,29]	[-0,42; 0,52]	[9,12 ; 10,97]
	C	10	9,98 ^{ns}	10,12 ^{ns}	-0,02*	9,94 ^{ns}
			[9,58; 10,38]	[9,71; 10,29]	[-0,41; 0,39]	[9,03 ; 10,57]
	D	10	9,94 ^{ns}	9,76 ^{ns}	-0,48*	9,97 ^{ns}
			[9,64; 10,30]	[9,72; 10,31]	[-0,48; 0,41]	[9,18 ;10,76]
	E	10	9,99 ^{ns}	9,92 ^{ns}	0,00*	9,96 ^{ns}
			[9,57; 10,40]	[9,65; 10,29]	[-0,39; 0,34]	[9,24 ;10,94]
	F	10	8,65*	10,21 ^{ns}	19,84*	9,93 ^{ns}
		[8,23; 8,99]	[9,72; 10,30]	[19,34; 20,35]	[9,08;10,67]	
G	0	-0,04 ^{ns}	-0,04 ^{ns}	0,00*	-0,05 ^{ns}	
		[-0,36; 0,36]	[-0,23; 0,26]	[-0,39; 0,34]	[-0,77;0,7]	
H	0	0,03 ^{ns}	0,19 ^{ns}	0,00*	-0,1 ^{ns}	
		[-0,42; 0,35]	[-0,32; 0,32]	[-0,39; 0,34]	[-1,02 ; 0,74]	
J	0	-0,02 ^{ns}	-0,02 ^{ns}	0,00 ^{ns}	0,04 ^{ns}	
		[-0,40; 0,38]	[-0,27; 0,27]	[-0,39; 0,34]	[-0,73 ; 0,78]	
K	0	9,96*	-0,05 ^{ns}	0,00*	-0,07 ^{ns}	
		[9,5; 10,40]	[-0,26; 0,24]	[-0,39; 0,34]	[-0,73 ; 0,74]	

*Significativo pelo teste t de *Student* ($p < 0,05$); ^{ns} não significativo pelo teste t ($p > 0,05$); [LI, LS]: intervalo percentil.

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 31 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas com efeitos absolutos iguais aos efeitos principais (Continuação)

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento			
			$2_{III}^{10^{-6}}$	$2_{IV}^{10^{-5}}$	UFPV	Cotter
ID = P	A	-10	-10,03 ^{ns} [-10,45; -9,65]	-10,11 ^{ns} [-10,30; -9,73]	-19,53* [-19,95; -19,15]	-10,01 ^{ns} [-10,76; -9,24]
	B	-10	-10,01 ^{ns} [-10,42; -9,47]	-10,05 ^{ns} [-10,24; -9,71]	-20,01* [-20,42; -19,47]	-9,92 ^{ns} [-10,87; -9,02]
	C	-10	-10,02 ^{ns} [-10,41; -9,61]	-9,88 ^{ns} [-10,28; -9,70]	-20,02* [-20,41; -19,61]	-10,06 ^{ns} [-10,96; -9,42]
	D	-10	-10,06 ^{ns} [-10,35; -9,69]	-10,24 ^{ns} [-10,27; -9,68]	-20,48* [-20,48; -19,59]	-10,03 ^{ns} [-10,81; -9,23]
	E	-10	-10,00 ^{ns} [-10,42; -9,59]	-10,08 ^{ns} [-10,35; -9,70]	-19,98* [-20,39; -19,65]	-10,03 ^{ns} [-10,75; -9,06]
	F	-10	-9,35 ^{ns} [-9,76; -9,00]	-9,79 ^{ns} [-10,27; -9,69]	-0,27* [-1,15; 0,33]	-10,07 ^{ns} [-10,91; -9,32]
	G	0	-0,03 ^{ns} [-0,36; 0,36]	0,04 ^{ns} [-0,23; 0,26]	0,00 ^{ns} [-0,39; 0,34]	-0,05 ^{ns} [-0,77; 0,7]
	H	0	0,03 ^{ns} [-0,42; 0,35]	0,20 ^{ns} [-0,32; 0,32]	0,00 ^{ns} [-0,39; 0,34]	-0,1 ^{ns} [-1,02; 0,74]
	J	0	-0,02 ^{ns} [-0,40; 0,38]	-0,02 ^{ns} [-0,27; 0,27]	0,00 ^{ns} [-0,39; 0,34]	0,04 ^{ns} [-0,73; 0,78]
	K	0	9,96* [9,51; 10,40]	-0,09 ^{ns} [-0,26; 0,24]	0,00 ^{ns} [-0,39; 0,34]	-0,07 ^{ns} [-0,73; 0,70]

*Significativo pelo teste t de *Student* ($p < 0,05$); ^{ns} não significativo pelo teste t ($p > 0,05$); [LI, LS]: intervalo percentil.

Fonte: elaborada pelo autor.

Da mesma forma, a diferença entre as estimativas pelo 2_{IV}^{10-5} e os respectivos parâmetros são mais uma vez muito pequenas, pois não houve confundimento. Por outro lado, o delineamento 2_{III}^{10-6} , além de confundir o efeito do fator K com o efeito da interação AxB, ainda tem a diferença entre as suas estimativas dos efeitos principais e os respectivos parâmetros prejudicada pelo aumento do efeito das interações. O método UFPV teve suas estimativas ainda piores quando os sinais dos efeitos principais e interações foram contrários.

Na presença de interações duplas com efeitos absolutos inferiores aos efeitos principais, as estimativas destes pelo delineamento de Cotter (1979) foram iguais ($p > 0,05$) aos respectivos parâmetros (Tabela 32).

Tabela 32- Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas com efeitos absolutos menores que os efeitos principais

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento			
			$2_{III}^{10^{-6}}$	$2_{IV}^{10^{-5}}$	UFPV	Cotter
ID < P	A	-10	-10,03 ^{ns} [-10,45; -9,65]	-10,11 ^{ns} [-10,30; -9,73]	-14,65* [-15,08; -14,27]	-10,01 ^{ns} [-10,76; -9,24]
	B	-10	-10,01 ^{ns} [-10,42; -9,47]	-10,05 ^{ns} [-10,24; -9,70]	-15,01* [-15,42; -14,47]	-9,99 ^{ns} [-10,87; -9,02]
	C	-10	-10,02 ^{ns} [-10,41; -9,61]	-9,88 ^{ns} [-10,28; -9,70]	-15,017* [-15,41;-14,61]	-10,06 ^{ns} [-10,96; -9,42]
	D	-10	-10,06 ^{ns} [-10,35; -9,69]	-10,24 ^{ns} [-10,27; -9,68]	-15,48* [-15,48;-14,59]	-10,03 ^{ns} [-10,81; -9,23]
	E	-10	-10,00 ^{ns} [-10,42; -9,59]	-10,08 ^{ns} [-10,35; -9,70]	-14,99* [-15,39;-14,65]	-10,03 ^{ns} [-10,75; -9,06]
	F	-10	-9,28 ^{ns} [-9,70; -8,94]	-9,79 ^{ns} [-10,27; -9,69]	-15,27* [-16,09;-14,66]	-10,07 ^{ns} [-10,91; -9,32]
	G	0	-0,03 ^{ns} [-0,36; 0,36]	-0,04 ^{ns} [-0,23; 0,26]	0,00 ^{ns} [-0,39; 0,34]	-0,054 ^{ns} [-0,77; 0,7]
	H	0	0,027 ^{ns} [-0,42; 0,35]	0,20 ^{ns} [-0,32; 0,32]	0,00 ^{ns} [-0,39; 0,34]	-0,1 ^{ns} [-1,02; 0,74]
	J	0	-0,02 ^{ns} [-0,40; 0,38]	-0,02 ^{ns} [-0,27; 0,27]	0,00 ^{ns} [-0,39; 0,34]	0,04 ^{ns} [-0,72; 0,78]
	K	0	4,96* [4,51; 5,41]	-0,09 ^{ns} [-0,26; 0,24]	0,00 ^{ns} [-0,39; 0,34]	-0,07 ^{ns} [-0,74; 0,704]

*Significativo pelo teste t ($p < 0,05$); ns não significativo pelo teste t ($p > 0,05$); [LI, LP]: intervalo percentil.

Tabela 32 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas com efeitos absolutos menores que os efeitos principais (Continuação)

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento			
			$2_{III}^{10^{-6}}$	$2_{IV}^{10^{-5}}$	UFPV	Cotter
ID <IP	A	10	9,97 ^{ns} [9,54; 10,34]	9,87 ^{ns} [9,69; 10,26]	4,97* [4,54; 5,34]	9,99 ^{ns} [9,24; 10,75]
	B	10	9,98 ^{ns} [9,56; 10,52]	9,94 ^{ns} [9,75; 10,29]	14,98* [14,57; 15,52]	10,00 ^{ns} [9,12; 1,97]
	C	10	9,98 ^{ns} [9,58; 10,38]	10,11 ^{ns} [9,71; 10,29]	4,98* [4,58; 5,38]	9,93 ^{ns} [9,03; 10,57]
	D	10	9,98 ^{ns} [9,64; 10,31]	9,75 ^{ns} [9,72; 10,31]	14,51* [14,51; 15,40]	9,96 ^{ns} [9,18; 10,76]
	E	10	9,99 ^{ns} [9,57; 10,40]	9,91 ^{ns} [9,65; 10,29]	5,002* [4,60; 5,34]	9,964 ^{ns} [9,24; 10,93]
	F	0	8,71* [8,29; 9,05]	10,20 ^{ns} [9,72; 10,30]	14,73* [13,53; 15,33]	9,93 ^{ns} [9,08; 10,67]
	G	0	-0,03 ^{ns} [-0,36; 0,36]	-0,03 ^{ns} [-0,23; 0,26]	0,00 ^{ns} [-0,39; 0,34]	-0,05 ^{ns} [-0,77; 0,7]
	H	0	0,02 ^{ns} [-0,45; 0,35]	0,19 ^{ns} [-0,32; 0,32]	0,00* [-0,39; 0,34]	-0,1 ^{ns} [-1,02; 0,74]
	J	0	-0,02 ^{ns} [-0,44; 0,38]	-0,02 ^{ns} [-0,27; 0,27]	0,00 ^{ns} [-0,39; 0,34]	0,04 ^{ns} [-0,72; 0,78]
	K	0	4,96* [4,51; 5,40]	-0,09 ^{ns} [-0,26; 0,24]	0,00 ^{ns} [-0,39; 0,34]	-0,07 ^{ns} [-0,74; 0,70]

*Significativo pelo teste t ($p < 0,05$); ns não significativo pelo teste t ($p > 0,05$); [LI, LP]: intervalo percentil.

Fonte: elaborada pelo autor.

No fatorial fracionado 2_{III}^{10-6} houve o confundimento do efeito do fator K com o da interação AxB. Já o delineamento 2_{IV}^{10-5} , por ser um fatorial fracionado de resolução IV, não teve suas estimativas afetadas pela presença da interação. O método UFPV resultou em estimativas distantes ($p < 0,05$) dos respectivos parâmetros. Além disso, ele induziu o pesquisador ao indicar o aumento no valor do nível do fator A, quando na verdade, o mesmo deveria ser diminuído para aumentar a média da variável resposta Y.

Quando o efeito da interação dupla foi superior em módulo ao efeito principal, o delineamento de Cotter (1979) e o fatorial fracionado 2_{IV}^{10-5} mantiveram as boas aproximações das situações anteriores (Tabela 33).

Tabela 33 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas com efeitos absolutos maiores que os efeitos principais

Situação	Efeito	Parâmetro	Delineamento			
			2_{III}^{10-6}	2_{IV}^{10-5}	UFPV	Cotter
ID>P	A	5	4,97 ^{ns}	4,87 ^{ns}	-4,91 *	5,05 ^{ns}
			[4,54; 5,34]	[4,69; 5,26]	[-5,31; -4,52]	[4,31; 5,73]
	B	5	4,99 ^{ns}	4,94 ^{ns}	-5,012 *	5,01 ^{ns}
			[4,57; 5,52]	[4,75; 5,29]	[-5,42; -4,47]	[4,29; 5,71]
	C	5	4,98 ^{ns}	5,12 ^{ns}	-5,02 *	5,04 ^{ns}
			[4,58; 5,38]	[4,71; 5,29]	[-5,41; -4,61]	[4,18; 5,80]
	D	5	4,93 ^{ns}	4,75 ^{ns}	-5,48 *	4,964 ^{ns}
			[4,64; 5,30]	[4,72; 5,31]	[-5,48; -4,59]	[4,31; 5,66]
	E	5	4,99 ^{ns}	4,91 ^{ns}	-4,99 *	5,01 ^{ns}
			[4,57; 5,40]	[4,65; 5,29]	[-5,39; -4,659]	[4,35; 5,67]
F	5	4,14 ^{ns}	5,21 ^{ns}	-5,06 *	5,03 ^{ns}	
		[3,73; 4,55]	[4,72; 5,30]	[-5,45; -4,66]	[4,22; 5,74]	
G	0	-0,04 ^{ns}	-0,03 ^{ns}	0,00 ns	-0,04 ^{ns}	
		[-0,36; 0,36]	[-0,23; 0,26]	[-0,39; 0,34]	[-0,66; 0,625]	
H	0	0,02 ^{ns}	0,20 ^{ns}	0,00 ^{ns}	-0,00 ^{ns}	
		[-0,42; 0,35]	[-0,32; 0,325]	[-0,39; 0,34]	[-0,66; 0,72]	
J	0	-0,01 ^{ns}	-0,02 ^{ns}	0,00 ^{ns}	-0,04 ^{ns}	
		[-0,40; 0,38]	[-0,27; 0,27]	[-0,39; 0,34]	[-0,74; 0,67]	

*Significativo pelo teste t ($p < 0,05$); ns não significativo pelo teste t ($p > 0,05$); [LI, LP]: intervalo percentil.

Tabela 33 - Estimativas dos efeitos principais na presença de interações duplas com efeitos absolutos maiores que os efeitos principais

ID>P	K	0	9,96 *	-0,09 ^{ns}	0,00 ^{ns}	-0,00 ^{ns}
			[9,51; 10,41]	[-0,26; 0,24]	[-0,39; 0,341]	[-0,66 ; 0,73]
ID > P	A	-5	-5,03 ^{ns}	-5,113 ^{ns}	-14,65 *	-5,01 ^{ns}
			[-5,46; -4,62]	[-5,30; -4,74]	[-15,81; -14,27]	[-5,66; -4,29]
	B	-5	-5,01 ^{ns}	-5,05 ^{ns}	-15,01*	-4,97 ^{ns}
			[-5,44; -0,48]	[-5,24; -4,78]	[-15,42; -14,78]	[-5,74; -4,01]
	C	-5	-5,01 ^{ns}	-4,82 ^{ns}	-15,01*	-4,96 ^{ns}
			[-5,41; -4,61]	[-5,28; -4,78]	[-15,41; -14,61]	[-5,69; -4,24]
	D	-5	-5,06 ^{ns}	-5,244 ^{ns}	-15,48*	-4,96 ^{ns}
			[-5,36; -4,62]	[-5,27; -4,69]	[-15,48; -14,59]	[-5,66; -4,18]
	E	-5	-5,01 ^{ns}	-5,084 ^{ns}	-14,99*	-4,962 ^{ns}
			[-5,42; -4,59]	[-5,35; -4,72]	[-15,39; -14,65]	[-5,76; -4,119]
	F	-5	-4,85 ^{ns}	-4,794 ^{ns}	-15,26*	-4,962 ^{ns}
			[-5,27; -4,58]	[-5,27; -4,68]	[-15,90; -14,66]	[-5,74; -4,27]
	G	0	-0,03 ^{ns}	-0,04 ^{ns}	0,00 ^{ns}	0,017 ^{ns}
			[-0,36; 0,36]	[-0,24; 0,24]	[-0,34; 0,34]	[-0,62; 0,75]
	H	0	0,02 ^{ns}	0,19 ^{ns}	0,02 ^{ns}	0,004 ^{ns}
			[-0,45; 0,36]	[-0,32; 0,33]	[-0,39; 0,34]	[-0,89; 0,79]
	K	0	-0,02 ^{ns}	-0,02 ^{ns}	0,01 ^{ns}	-0,01 ^{ns}
			[-0,44; 0,38]	[-0,27; 0,27]	[-0,39; 0,34]	[-0,81; 0,78]
	J	0	9,96*	-0,09 ^{ns}	0,00 ^{ns}	0,01 ^{ns}
			[9,56; 10,41]	[-0,26; 0,22]	[-0,39; 0,34]	[-0,77; 0,80]

*Significativo pelo teste t ($p < 0,05$); ns não significativo pelo teste t ($p > 0,05$); [LI, LP]: intervalo percentil.

Fonte: elaborada pelo autor.

As estimativas pelo método UFPV mostraram novamente que são ainda piores quando os efeitos das interações e efeitos principais têm sinais contrários.

As estimativas dos efeitos principais pelo delineamento 2_{III}^{10-6} foram, mais uma vez, prejudicadas pelo confundimento com a interação presente, pois não estimou de forma eficiente o efeito do fator K, no caso em que os efeitos principais e as interações duplas têm sinais contrários. Por esse motivo, houve o confundimento do efeito do fator K com o efeito da interação dupla AB: $\hat{e}_K = \hat{e}_K + \hat{e}_{AB} = \hat{e}_{K=AB}$.

No entanto, nota-se que mesmo na presença de interações duplas o fatorial estimou, apesar de ser um delineamento de resolução III, a maioria dos efeitos principais sem confundi-los com as interações. Isso aconteceu devido à ausência de significância de quatro fatores principais e o consequente efeito da esparsividade.

Assim, como se tem um delineamento de resolução III, onde apenas seis dos dez fatores são significativos, o delineamento 2_{III}^{10-6} é projetado em um delineamento fatorial de resolução IV 2_{IV}^{6-2} para os seis fatores significativos (Tabela 34).

Tabela 34 Projeção do Fatorial Fracionado de resolução III 2_{III}^{10-6} em um Fatorial de resolução IV 2_{IV}^{6-2}

Tratamento	2_{III}^{10-6}										Tratamento	2_{IV}^{6-2}					
	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K		A	B	C	D	E	F
jk	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	(1)	-1	-1	-1	-1	-1	-1
acgh	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	acd	1	-1	1	1	-1	-1
cdeijk	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	cde	-1	-1	1	1	1	-1
aegh	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	ae	1	-1	-1	-1	1	-1
beh	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	be	-1	1	-1	-1	1	1
cefgk	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	cef	-1	-1	1	-1	1	1
abcek	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	abce	1	1	1	-1	1	-1
abfgjk	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	abf	1	1	-1	-1	-1	1
bdegj	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	bde	-1	1	-1	1	1	-1
bcghj	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	bc	-1	1	1	-1	-1	-1
bcdf	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	bcdf	-1	1	1	1	-1	1
dfj	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	dfj	1	-1	-1	1	1	1
acfhj	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	acf	1	-1	1	-1	-1	1
dfghk	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	df	-1	-1	-1	1	-1	1
abdefghk	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	abdef	1	1	1	1	1	1
abdhk	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	abd	1	1	-1	1	-1	-1

Observou-se, na Tabela 34, que ao retirarmos as colunas correspondente aos fatores G, H, J e K, as seis colunas restantes formam um fatorial fracionado de resolução IV para os seis fatores A, B, C, D, E e F.

De forma análoga, ao retirarmos as colunas correspondente aos fatores G, H, J e K no delineamento de resolução IV 2_{IV}^{10-5} , as seis colunas restantes formam o fatorial 2_{VI}^{6-1} que é um fatorial fracionado de resolução VI para os seis fatores A, B, C, D, E e F (Tabela 35)

Tabela 35 Projeção do Fatorial Fracionado de resolução IV 2_{IV}^{10-5} em um Fatorial de resolução IV 2_{IV}^{6-2}

Tratamento	2_{IV}^{10-5}										Tratamento	2_{VI}^{6-1}					
	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K		A	B	C	D	E	F
begk	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	be	-1	1	-1	-1	1	-1
ak	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	a	1	-1	-1	-1	-1	-1
bcefhk	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	bcef	-1	1	1	-1	1	1
acefhk	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	acef	1	-1	1	-1	1	1
abfgh	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	abf	1	1	-1	-1	-1	1
dehjk	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	de	-1	-1	-1	1	1	-1
abceg	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	abce	1	1	1	-1	1	-1
abcdf	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	abcdf	1	1	1	1	-1	1
cdefgh	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	cdef	-1	-1	1	1	1	1
bcdk	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	bcd	-1	1	1	1	1	-1
abdeh	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	abde	1	1	-1	1	1	-1
fghjk	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	fg	-1	-1	-1	-1	-1	1
acdej	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	acde	1	-1	1	1	1	-1
adefgk	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	adef	1	-1	-1	1	1	1
abefjk	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	abef	1	1	-1	-1	1	1
cg	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	c	-1	-1	1	-1	-1	-1
abcdefghjk	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	abcdef	1	1	1	1	1	1
bcdghj	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	bcd	-1	1	1	1	-1	-1
abdg	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	abd	1	1	-1	1	-1	-1
d	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	d	-1	-1	-1	1	-1	-1
acdghk	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	acd	1	-1	1	1	-1	-1
bcfgk	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	bcf	-1	1	1	-1	-1	1
dfhjk	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	df	-1	-1	1	-1	1	-1
abchjk	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	abc	1	1	1	-1	-1	-1
acfgj	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	acf	1	-1	1	-1	-1	1
ef	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	ef	-1	-1	-1	-1	1	1
cdfjk	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	cdf	-1	-1	1	1	-1	1
bdfhk	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	bdf	-1	1	-1	1	-1	1
bj	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	b	-1	1	-1	-1	-1	-1
aeghj	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	ae	1	-1	-1	-1	1	-1
adehj	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	ad	1	-1	-1	1	-1	1

Segundo Meyer *et al.* (1996), Acodeji *et al.* (2005) e Qu e Wu (2005), no primeiro estágio de uma investigação experimental, a hipótese de esparsividade é frequentemente colocada. Isso quer dizer que entre um certo número de fatores a serem estudados, espera-se que muitos poucos realmente sejam significativos.

No entanto, Li *et al.* (2006), após analisarem 133 conjuntos de dados publicados em revistas e livros didáticos, observaram que entre os 127 efeitos estimáveis em seu estudo, apenas 21 foram significativos. Dessa forma, concluíram que o efeito da esparsividade entre todos os efeitos estimáveis de um experimento é muito forte. Porém, entre os sete efeitos principais estimáveis, cinco foram significativos, o que, segundo os autores, sugere que o efeito da esparsividade entre os efeitos principais de um experimento é muito fraco. Por outro lado, apenas 14 das 122 interações estimáveis foram significativas. Segundo os autores, isso sugere um forte efeito da esparsividade entre as interações.

$$|e_p| > |e_{ID}| > |e_{II}|$$

Portanto, novamente é preciso indicar o fatorial fracionado de resolução IV ou o delineamento de Cotter (1979) para se ter a maior precisão sobre as interpretações dos resultados experimentais.

5 CONCLUSÕES

- O experimento com um fator por vez só é recomendado quando existe somente a significância dos efeitos principais dos fatores estudados.
- O fatorial fracionado de resolução III é recomendado quando existe somente a significância dos efeitos principais ou quando se espera que entre um número elevado de fatores, as interações duplas confundidas com os efeitos principais não ocorram.
- O fatorial fracionado de resolução IV é indicado para estimar os efeitos principais quando há somente a significância dos efeitos principais e das interações duplas.
- O delineamento de Cotter é recomendado para a seleção de fatores nos estágios iniciais da experimentação, independentemente se há ou não a presença das interações duplas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACODEDJI, E. C. Projective properties of screening designs in economic construction of modelisation or optimization designs. **Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems**, v.67, n.1, p.21-28, 2003.

ADDELMAN, S. Techniques for Constructing Fractional Replicate Plans. **Journal of the American Statistical Association**, v.58, n.301, p.45-71, Mar. 1963.

BARROS NETO, B.; SCARMINIO, S. I.; BRUNS, R. E. **Como fazer experimentos: pesquisa e desenvolvimento na ciência e na indústria**. 3. ed. Ed. Unicamp: Campinas 2007.

BERGMAN, B.; HYNEN, A. Dispersion Effects from Unreplicated Designs in the 2k-p Series. **Technometrics**, v.39, n.2, p.191-199, 1997.

BOX, G. E. P.; DRAPER, N. R. **Empirical Model - Building and Response Surface**. New York: John Wiley & Sons Inc., 1987.

BOX, G. E. P.; HUNTER, W. G.; HUNTER, J. S. **Statistics for Experimenters**. New York, John Wiley & Sons, 1978.

CARVALHO, D. C. O. et al. Coeficiente de digestibilidade verdadeira dos aminoácidos e valores de aminoácidos digestíveis do milho submetido a diferentes temperaturas de secagem e períodos de armazenamento. **R. Bras. Zootec.**, v.38, n.5, p.1806-9290, 2009.

CESTARI, A. R.; BRUNS, R. E.; AIROLDI, C. A fractional factorial design applied to organofunctionalized silicas for adsorption optimization. **Colloids and Surfaces A-Physicochemical and Engineering Aspects**, v.117, n.1, p.7-13, 1996.

COCHRAN, W. G.; COX, G. M. **Experimental Designs**. New York: John Wiley & Sons, Inc. 1989.

COLLA, E. et al. Optimization of Trehalose Production by *Rhodotorula dairenensis*. Following a Sequential Strategy of Experimental Design. **Food and Bioprocess Technology**, v.3, n.2, p.265-275, Apr. 2008.

COTTER, S. A screening design for factorial experiments with interactions. **Biometrika**, v.66, n.2, p.317-320, 1979.

COX, D. R.; REID, N. The Theory of the Design of Experiments. **Statistics in Medicine**, v.21, n.10, p.1497-1498, 2002.

CZITRON, V. One-Factor-at-a-Time versus Designed Experiments. **The American Statistician**, v.53, n.2 p.126-131, 1999.

DANIEL, C. One-at-a-Time Plans. **Journal of the American Statistical Association**, v.68, p.353-360, 1973.

DEJAEGHER, B.; DURAND, A.; HEYDEN, Y. V. Identification of significant effects from an experimental screening design in the absence of effect sparsity. **Journal of Chromatography B**, v.877, n.23, p.2252-2261, 2009.

Development Core Team, R. A language and environment for statistical computing, R. Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2011, ISBN 3-900051-07-0. Disponível em: <<http://www.r-project.org>>. Acesso em: 21 jan. 2011.

FREY, D.; WANG, D. H. Adaptive One-Factor-at-a-Time Experimentation and Expected Value of Improvement. **Technometrics**, v.48, n.3, 2006.

GRILLO, R. et al. Controlled release system for ametryn using polymer microspheres: Preparation, characterization and release kinetics in water. **Journal Hazard Mater**, v.186, n.2-3, p.1645-1651, Fev. 2011.

HINKELMANN, K.; KEMPERTHOTORNE, O. **Designs and Analysis of Experiments**, v.1. New York 1994.

JIJU, A. **Design of experiments for engineers and scientists**. Butterworth-Heinemann, 2003.

JIJU, A.; TZU-YAO, C.; SID, G. Training for design of experiments. **Work Study**, v.52, n.7, p.341-346, 2003.

KARTHIKEYNN, A. et al. Citric acid production by Koji fermentation using banana peel as a novel substrate. **Bioresource Technology**, v.101, n.14, p.5552- 5556, 2010.

LI, X.; SUDARSANAM, N.; FREY, D. D. Regularities in data from factorial experiments. **Complexity**, v.11, n.5, p.32- 45, 2006.

LI, Z. et al. Impacts of land use change and climate variability on hydrology in an agricultural catchment on the Loess Plateau of China. **Journal of Hydrology**, v.377, n.1-2, p.35-42, 2009.

LIU, Y. et al. Efficient production of acetoin by the newly isolated *Bacillus licheniformis* strain MEL09. **Process Biochemistry**, v.46, p.390-394, 2011.

LUCENA, D. V. Aplicação do planejamento experimental no estudo de fluidos inibidos isentos de cloro: Parte I. **Revista Eletrônica de Materiais e Processos**, v.5.3, p.42-48, 2010. Disponível em: <<http://www.dema.ufcg.edu.br/revista/index.php/REMAP/article/view/207>>. Acesso em: 21 jan. 2011.

MARGOLIN, H. B. Resolution IV Fractional Factorial Designs. **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)**, v.31, n.3, p. 514-523, 1969.

MATOS, G. D. et al. Use of experimental design in the optimisation of a solid phase preconcentration system for Cobalt determination by GFAAS. **Eclética Química**, v.30, n.1, p.65-74, 2005.

MENDES, C. et al. A simple turbidimetric flow injection system for saccharin determination in sweetener products. **Chemical Papers**, v.64, n.2, p.285-293, 2010.

MENEZES, C. C. et al. Caracterização física e físico-química de diferentes formulações de doce de goiaba (*Psidium guajava* L.) da cultivar Pedro Sato. **Ciência e Tecnologia De Alimentos**, v.29, n.3, Campinas, 2009.

MEYER, R. D.; STEINBERG, D. M.; Box, G. Follow-up designs to resolve confounding in multifactor experiments. **Technometrics**, v.38, n.4, 1996.

MONTGOMERY, D. C. **Design and analysis of experiments**, 5. ed. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1997

MONTGOMERY, C. D.; RUNGER, G. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 4. ed. São Paulo: LTC, 2009.

PERALTA-ZAMORA, P.; MORAIS, J. L.; NAGATA, N. Por que otimização multivariada? **Eng. Sanit. Ambient.**, Rio de Janeiro, v.10, n.2, 2005.

QU, X.; WU, C. F. J. One-Factor-at-a-Time Designs of Resolution V. **Statistical Planning and Inference**, v.131, p.407-416, 2005.

RAZA, W. et al. Optimization, purification, characterization and antioxidant activity of an extracellular polysaccharide produced by *Paenibacillus polymyxa* SQR-1. **Bioresource Technology**, 2011.

REIS, M. F. **Micelas reversas formadas por surfactante/solvente orgânico/água**: estudo termodinâmico e aplicação para extração de proteínas da semente de jaca. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Alimentos) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, 2010.

RODRIGUES, M. I.; IEMMA, A. F. **Planejamento de Experimentos e Otimização de Processos**: uma estratégia sequencial de planejamentos. Campinas - SP, Casa do Pão Editora, 2005.

RYAN, T. P. **Modern Engineering Statistics**. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2007.

SILVA, F. S. V. C. B. et al. Utilização de planejamento fatorial no preparo de amostras de detergente em pó para a determinação de fósforo por análise em fluxo. **Química Nova**, São Paulo, v.33, n.5, 2010.

ZHANG, D.; WANG, R.; YANG, X. Application of fractional factorial design to ZSM-5 synthesis using ethanol as template. **Microporous and Mesoporous Materials**, v.126, p.8-13, 2009.